Las matemáticas, Dios y la inmortalidad del alma

— *Paolo Musso**

1. Una larga historia

Las matemáticas siempre han practicado un encanto extraño en el espíritu humano: una curiosa mezcla de atracción y miedo que no tiene nada parecido en ningún otro campo del conocimiento humano y que dura hoy en día también, pese a todo el escepticismo y nihilismo típicos de nuestra época. Desde sus primeros comienzos, en efecto, las matemáticas mostraron poseer algunas características que las hacen absolutamente únicas: primero, una precisión y una capacidad de llegar a demostraciones ciertas sin igual; segundo, una capacidad casi sobrenatural de sacar de unos pocos principios extremadamente sencillos e intuitivos todo un mundo de formas y relaciones de increíble riqueza y complejidad; y finalmente, el hecho de que las características de estos objetos muy a menudo no son intuitivas, mas bien, parecen incluso absurdas y paradójicas, pese a que se pueden deducir de manera cierta e irrefutable de principios que, en cambio, como hemos dicho, sí son intuitivos y sencillos. Por esto, desde muy temprano las matemáticas fueron vistas como "una cosa del otro mundo", en el sentido literal de la palabra: o sea, como algo cuyos objetos no pertenecen a nuestra realidad material. Sin embargo, al mismo tiempo era innegable que, al menos en *algún* sentido, estaban definitivamente en esta realidad, dado que las matemáticas podían aplicarse a ella con éxito.[1]

Exactamente por estas características, ya Pitágoras (siglo VI-V a. C.) y sobre todo Platón (428-347 a. C.) vieron en ellas el más claro punto de conexión entre nuestro mundo y las realidades sobrenaturales; en primer lugar Dios y el alma humana, que desde siempre constituyen también

* Universidad Católica Sedes Sapientiae de Lima (Perú).

el objeto propio de toda religión. Platón, en particular, dio una demostración de la naturaleza espiritual del alma humana (y por tanto de su inmortalidad) basándose en su capacidad de conocer las Ideas, es decir, los modelos perfectos, inmutables y eternos de las cosas materiales, que, según él, solo pueden ser conocidas en cuanto "participan" de las primeras (aunque nunca aclaró bien qué cosa exactamente sea dicha relación de "participación").[2] Sin embargo, dicha demostración no esta necesariamente vinculada a la particular filosofía de Platón, ya que se puede formular basándose simplemente en la capacidad de nuestra mente de conocer lo inteligible y lo universal pese a que nuestro mundo está todo hecho de objetos materiales e individuales, lo que parece implicar que en el proceso del conocimiento hay un factor de tipo no material. Dicha demostración, que vale en general, pero indudablemente es más evidente en el caso de los objetos matemáticos,[3] siempre ha sido considerada una de las pocas realmente convincentes que se pudo encontrar en toda la historia de la filosofía y de la teología. Además, por otro lado, también la teoría de las Ideas, que en Platón quedaba por lo menos en parte mitológica, ha sido recuperada e insertada en un marco más racional con la teoría medieval del "ejemplarismo", donde las Ideas platónicas se convierten en las ideas de Dios, hasta llegar a su formulación más precisa y completa por obra de Santo Tomás de Aquino (1221-1274), que aclaró los fundamentales conceptos de participación y abstracción.

Por tanto es una auténtica lástima que hoy esta línea de argumentación haya sido prácticamente abandonada, pues, a pesar de las aparencias, los desarrollos y los descubrimientos matemáticos más recientes, si bien entendidos, no solo no le han quitado valor, como generalmente se cree, sino que, más bien, la han confirmado y reforzado, como vamos a ver pronto. Pero antes es necesario considerar brevemente como se ha llegado a perder confianza en la practicabilidad de este tipo de discurso, por causa de la progresiva afirmación del punto de vista formalista, pues veremos que, inesperadamente, fue exactamente de esto que derivaron los descubrimientos que más pueden ayudarnos a encontrar de nuevo el camino de las matemáticas hacia la trascendencia.

2. Cómo y por qué las matemáticas fueron expulsadas de su Paraíso

El método axiomático no es una invención moderna, pues fue descubierto por Euclídes (siglo IV-283 a. C.) al principio del siglo III a. C. para sus famosísimos *Elementos de geometría*: lo que *es* moderno, en cambio, es el modo actual de entenderlo. En efecto, la concepción clásica era que todas matemáticas se basan en pocas proposiciones sencillísimas y evidentes (los axiomas, exactamente), cuya verdad se puede establecer por medio de la pura razón y de las cuales se puede deducir a todas las otras (teoremas). En cambio, la concepción formalista *sostiene* que los axiomas no son ni verdaderos ni falsos, más bien, incluso ni siquiera tienen un significado, sino que solo son *convenciones*, cuyo único requisito es no ser contradictorios: por tanto en las matemáticas no tiene sentido hablar de verdad, si no únicamente en un sentido condicional, o sea como *coherencia* con los axiomas. La reducción de la verdad a coherencia, obviamente, tenía como consecuencia que ya no tenía sentido imaginar entidades como las Ideas de Platón o algo similar, pues los objetos matemáticos ya no se referían a nada real. Sin embargo, esto volvía completamente incomprensible el éxito de las matemáticas aplicadas a la ciencia, y esto, paradójicamente, exactamente en el momento en que dicho éxito se estaba haciendo cada vez más espectacular, empujando a Eugene Wigner (1902-1995) a escribir un artículo, quizás más famoso por su título (perfecto) que por su contenido (no transcendental) acerca de *La irrazonable eficacia de las matemáticas en las ciencias naturales*,[4] expresión que se volvió proverbial, ya que manifiesta con la máxima exactitud la perplejidad típicamente moderna a este propósito. Pero ¿cómo se llegó a esta situación?

El problema nació alrededor de la mitad del siglo XIX con el descubrimiento de las geometrías no euclidianas por el ruso Nikolaj Ivanovic Lobačevskij (1793-1856) y el alemán Georg Friedrich Bernhard Riemann (1826-1866), lo que puso en duda por primera vez la idea que los axiomas de Euclides fuesen "evidentes". Es verdad que las dudas acerca del real estatus del quinto postulado (el que afirma que por un punto externo a una recta pasa una y una sola paralela) existían praticamente desde siempre, al punto que muchos intentaron demostrar que no lo era realmente y que se podía deducir de los otros (cuyo fracaso generó exactamente las geometrías alternativas de Riemann y Lobačevskij), pero esto no cambiaba el asunto de fondo: en efecto, si era posible no una sola, sino varias geometrías, su relación con la realidad de repente se hacía problemática.

La situación empeoró aún más cuando en 1899 el gran matemático alemán David Hilbert (1862-1943) publicó sus *Fundamentos de la geometría*,[5] en que, por primera vez después de casi 22 siglos, exponía la geometría basándose en un sistema de axiomas diferentes de los de Euclides (aunque, obviamente, equivalentes): ahora no solo ya no existía una geometría única, sino tampoco un único sistema axiomático que podría inferirse y así podría considerarse "obvio"como se había pensado.

Por esto, el 8 de agosto del 1900 el propio Hilbert, presentando su famosa lista de los 23 problemas más importantes todavía irresueltos al segundo *Congreso internacional de matemáticos* en París, propuso una nueva manera de enfrentar este asunto, en particular a través del segundo problema, que requería de probar la coherencia de los axiomas de la aritmética. Más tarde, en 1920, él reformuló la idea de forma más sistemática y general en un artículo que se volvió celebre bajo el nombre de "Programa de Hilbert" (Hilbert [1920]), en el cual se proponía la integral formalización de la matemática, a través de los nuevos instrumentos que mientras tanto se habían desarrollado gracias a la lógica matemática, creada entre finales del siglo XIX y el principio del XX por Hilbert mismo, el inglés George Boole (1815-1864), el alemán Gottlob Frege (1848-1925), el italiano Giuseppe Peano (1858-1932) y los otros ingleses Bertrand Russell (1872-1970) y Alfred North Whitehead (1861-1947), que entre 1910 y 1913 publicaron los *Principia mathematica*, una obra monumental que todavía sigue siendo un punto de referencia imprescindible en este campo.

Sin embargo, los que transformaron el método hilbertiano en una auténtica ideología fueron los integrantes del movimiento filosófico del neopositivismo, nacido en 1922 en el famoso Círculo de Viena, que luego se convirtió en la que ahora se conoce bajo el nombre de filosofía analítica. A pesar del gran uso (y muy a menudo del abuso) que hicieron de la lógica matemática. En efecto, los neopositivistas, de acuerdo con su filosofía radicalmente empirista, querían eliminar de ella cualquier referencia a objetos que se pudiesen entender como no materiales. A tal fin, le pareció muy cómodo aprovechar el método axiomático, obviamente entendido según la interpretación formalista más extrema, según la cual las proposiciones de la lógica y de la matemática solo son conjuntos de símbolos sin sentido intrínseco, cuyo único "significado" es el operativo, establecido por las normas que rigen su uso, y cuya única "verdad" es la coherencia y no el corresponder a algo real.

Hoy en día el convencionalismo formalista es aceptado por casi todos los filósofos y también por muchos matemáticos. Sin embargo, lo que esos últimos *experimentan* en su trabajo sigue siendo mucho más parecido al descubrimiento que a la invención. La situación es sintetizada eficazmente por el famoso chiste según el cual los matemáticos son formalistas durante los fines de semana y platónicos en todos los demás días (o sea, son formalistas cuando reflexionan teóricamente acerca de su propio trabajo, pero no pueden evitar de creer en la existencia real de los objetos matemáticos mientras están estudiándolos). Se trata claramente de una postura muy paradójica, al límite del esquizofrénico. Pero sobre todo se trata de una postura equivocada. Veamos por qué.

3. El Teorema de Gödel

En 1931 el matemático austríaco Kurt Gödel (1906-1978) publicó en la revista *Monatshefte für Mathematik und Physik* un artículo de quince páginas que llevaba un título engañosamente modesto, *Sobre proposiciones formalmente indecidibles de Principia Mathematica y sistemas relacionados*,[6] en que demostró hasta 11 teoremas de lógica matemática, los más importantes de los cuales eran el VI y XI, es decir, los dos "teoremas de incompletitud", destinados a volverse famosos bajo el nombre colectivo de "Teorema de Gödel" (TDG), no totalmente injustificado, dada la estrecha relación lógica existente entre los dos. Sin embargo, dicen dos cosas diferentes, ambas de suma importancia:

1) Cualquier sistema formal (puesto que sea lo suficientemente potente como para formalizar al menos la aritmética), si es consistente, entonces es incompleto, ya que contiene necesariamente al menos una proposición indecidible[7] (es decir, tal que no puede ser ni probada ni refutada).

2) Cualquier sistema formal (puesto que sea lo suficientemente potente como para formalizar al menos la aritmética)[8] no puede probar su propia consistencia (es decir, la fórmula que expresa la coherencia del sistema no se puede demostrar a través de instrumentos formalizables dentro del mismo sistema).

Aunque su relevancia práctica sea muy limitada, pues hasta hoy no se conocen proposiciones indecidibles realmente importantes del punto de vista matemático, en principio en cambio el TDG tiene consecuencias extraordinarias, dado que puso fin para siempre al sueño (o a la pesadilla) de Hilbert de llegar a una completa formalización de las matemáticas. Por esto, el TDG despertó un gran debate acerca de su significado filosófico, que sigue todavía, pero que muy a menudo lleva a conclusiones equivocadas por una imperfecta comprensión de su significado técnico. Exactamente por esto, en primer lugar seguiremos a Gödel por lo menos en los pasos principales de su demostración.

El punto de partida de Gödel, como él mismo explicó al comienzo de su artículo,[9] fue el siguiente razonamiento. Supongamos que dentro de un sistema axiomático *P* capaz de formalizar la aritmética[10] sea posible construir una proposición que proclama su propia indemostrabilidad. Si fuera falsa, esto significaría que sería demostrable, lo que implicaría que *P* sea incoherente, siendo posible demostrar dentro de ello una proposición falsa. Por otro lado, si la proposición en cuestión fuera verdad significaría que sería realmente indemostrable, lo que no implica ninguna incoherencia. Luego, si *P* es coherente, dicha proposición tiene que ser verdadera, aunque esto se paga con el hecho de que *P* resulta *incompleto*, porque contiene una proposición verdadera que no se puede probar.

Por tanto, el primer paso dado por Gödel fue obviamente construir un sistema formal *P* capaz de axiomatizar la aritmética, pero que tenía también otra característica, muy importante y mucho menos obvia: en efecto dicho sistema, además de poder expresar formalmente las proposiciones *de* la aritmética, tenía que estar en grado, si interpretado de manera diferente,[11] de expresar *también* proposiciones *sobre* la aritmética (las que en términos técnicos se llaman meta-proposiciones: en este caso, proposiciones meta-aritméticas).

El segundo paso fue la asignación de una especie de "nombre propio" a todas las proposiciones del sistema *P*. Dejando de lado los detalles, que no son importantes, digamos que Gödel fue capaz de encontrar un modo de relacionar cada proposición válida del sistema con un número especial, llamado *número gödeliano*, diferente para cada una de ellas, así identificandola de forma única. Por consiguiente, para referirse a una proposición cualquiera del sistema, en lugar de escribirla en su totalidad siempre se podría escribir simplemente su número gödeliano.

El tercer paso fue la construcción de una proposición *γ* que llevaba como número gödeliano un número *G*, la cual, además de su significado aritmético, en términos de meta-lenguaje afirmaba que la proposición que lleva el número gödeliano *G* es indemostrable.[12]

El cuarto paso fue demostrar formalmente que las cosas son así. Sin embargo, esto no podía hacerse en un sentido absoluto, porque demostrar que *G* es indemostrable sería igual que demostrar *G* (que es exactamente la proposición que afirma que la proposición de gödeliano *g*, o sea *G* misma, es indemostrable), así llegando a una contradicción. Luego, Gödel tuvo que conformarse con una demostración *condicional*, solo mostrando que *G* es indemostrable *si* el sistema *P* es coherente, ya que si existiera una serie de proposiciones que llevará de los axiomas de *P* hasta *G* (es decir, una demostración de *G*), entonces existiera también una serie de proposiciones que llevara hasta *no-G* (es decir, una demostración de la falsedad de *G*), por lo que habría una contradicción. Luego, si *P* es coherente no puede existir ni una demostración ni una refutación de *G*, que por tanto es *indecidible*, por lo que *P* es incompleto. Y con esto Gödel demostró el *Primer Teorema de Incompletitud*.

El quinto y último paso consistió en la prueba del *Segundo Teorema de Incompletitud* y fue el más fácil de todos. En efecto, ya que hemos recién demostrado que *si* el sistema *P* es coherente, *entonces* la proposición *G* es indemostrable, es obvio que si fuera posible demostrar que *P* es *realmente* coherente, de esto derivaría inmediatamente que *G* es *realmente* indemostrable. Sin embargo, esto sería igual que haber demostrado *G* (que es exactamente la proposición que afirma que la proposición *G* es indemostrable), lo que significaría que *P* es incoherente, en contra de la hipótesis de partida. Luego, si *P* es coherente, su coherencia no puede demostrarse dentro de *P* mismo.

Finalmente cabe subrayar que tal conclusión no puede evitarse ni siquiera usando sistemas más poderosos que el construido por Gödel, es decir, capaces de formalizar mucho más que simplemente la aritmética: en efecto, es suficiente que un sistema sea capaz de formalizar *al menos* la aritmética y el TDG se activa implacablemente. Incluso las pruebas de la coherencia de la aritmética que gracias a dichos sistemas sucesivamente se obtuvieron, de hecho solo han trasladado el problema, ya que por causa del TDG esos sistemas son incapaces de demostrar su coherencia y luego la validez de sus demostraciones. Las cosas no cambian incluso si ponemos la proposición *G* como axioma: en efecto, siempre sería posible construir dentro del nuevo sistema *P'* así construido otra proposición *G'* acerca de que se podría repetir tal y cual el razonamiento hecho anteriormente y así sucesivamente, *ad infinitum*. Por supuesto, esto no significa que existan dudas reales sobre la consistencia de la aritmética, sino solo que no puede demostrarse formalmente. Sin embargo, esta es exactamente la cosa más relevante desde el punto de vista filosófico, como veremos más adelante.

4. El Teorema de Gödel y la inmortalidad del alma

Pese a que no pertenecía a ninguna religión "oficial", Gödel era un convencido teísta y espiritualista y pensaba que «la afirmación de que nuestro ego se compone de moléculas de proteína me parece una de las más ridículas que nunca haya escuchado».[13] Sin embargo, él no creía que su teorema fuese suficiente para probarlo, sino que solo demuestra la existencia de una alternativa: «*O las matemáticas son inagotables en el sentido de que sus axiomas evidentes nunca pueden incluirse en un regla terminada, lo que significa que la mente humana supera infinitamente (incluso en el ámbito de la matemática pura) los poderes de cualquier máquina finita, o existen problemas (matemáticos) absolutamente irresolubles* [...]. Es este hecho, matemáticamente comprobado, lo que creo sea de gran interés filosófico».[14] Y como él, según la fiable opinión de Francesco Berto, que ha publicado recién un amplio ensayo histórico acerca de este tema, piensa hoy «la gran mayoría de los expertos».[15] Pero ¿es realmente así?

En primer lugar, observamos que esta conclusión es, justamente, *comprobada matemáticamente*. Y, segundo, que implica otra, que no es simplemente, como todavía dice Berto, que «si somos máquinas [...], no podemos saber exactamente qué máquinas [...] somos»,[16] sino, más radicalmente, que si somos máquinas, nunca podríamos comprobarlo: en efecto, como él mismo había reconocido poco antes, «un sistema formal que incorporase todo nuestro conocimiento matemático no podía ser *reconocido* como correcto por nosotros».[17] En otras palabras, *el TDG demuestra matemáticamente que no es posible demostrar matemáticamente que la mente es una máquina*. Y esto ya no es poco, dado que por lo menos desplaza el debate a un nivel diferente del científico, pese a que hay muchos que todavía no quieren reconocerlo.

Pero hay más. Ya en 1961 Evandro Agazzi y John Lucas (y muchos otros sucesivamente) han afirmado, aunque con diferentes matices, que el TDG demuestra la existencia de una diferencia cualitativa o al menos de una superioridad irreductible de la inteligencia humana respecto a la artificial, de acuerdo con el hecho de que *nosotros* somos capaces de comprender que la proposición *G* es verdadera, aunque esto no puede ser probado por un sistema formal. Muchas veces, a esto se objeta que en realidad no *sabemos* que *G* es verdadera, sino solo que *G* es verdadera *si P* es coherente. Por otro lado, como hemos visto, dicha conclusión también se puede derivar dentro del sistema *P*, ya que precisamente en esto consiste la prueba de TDG. Luego, parece inevitable la conclusión de Berto, que «después de todo, entonces parece que [el sistema *P*] sepa exactamente lo que sabemos nosotros sobre este asunto».[18]

Sin embargo, las cosas non son exactamente así, pues en efecto dentro del sistema *P* solo se puede demostrar que si *P* es coherente, luego no puede existir ninguna demostración de *G*. Claro está que esto implica que *G* sea verdadera (pues corresponde a lo que *G* afirma), pero esto no se puede *demostrar* en *P*, sino solo se puede *entender razonando acerca del sentido de lo que en P hemos demostrado*, lo que se puede alcanzar solo considerando *P* desde un punto de vista *externo* a *P* mismo. Además, como el propio Berto reconoce, es posible afirmar que al menos en el caso de la aritmética nosotros *somos* capaces de reconocer intuitivamente su coherencia, de que deriva inmediatamente la verdad (*absoluta*, y no solo condicional) de *G*: y esto (como en cambio él *no* reconoce) ya es suficiente para decir que hay por lo menos *una* proposición que nosotros podemos reconocer como verdadera mientras que una computadora no, independientemente del hecho de que para sistemas formales más complejos esto ya no es posible.[19] Sin embargo, no seguiré a lo largo de esta línea argumentativa, ni de otras similares que se basan únicamente en el *resultado* del TDG y a menudo acaban con perderse en subtilidades formales casi inextricables,[20] porque si consideramos, en cambio, su *ideación*, de repente todo se vuelve mucho más simple y claro.

En efecto, de todo lo anterior una cosa inmediatamente llama nuestra atención: Gödel no *descubrió* la proposición *G*, sino la *construyó*, deliberadamente y con mucho cuidado, inventando a tal fin incluso una nueva técnica de formalización, tanto innovadora e ingeniosa como sutíl y compleja, diseñada específicamente y exclusivamente[21] para este propósito (por lo que usualmente se llama *gödelización*). Bueno, *¿por qué* lo hizo? Porque, como él mismo nos dijo, había entendido que para permitir a *P* ser coherente una proposición de este tipo tendría que ser *verdadera* y no obstante (más bien, exactamente por esto) *indemostrable*, con todas las extraordinarias consecuencias que de eso derivan. Está claro que una demostración de esta complejidad[22] nunca hubiera sido, no digo *posible*, sino ni siquiera *concebible*, sin tener claro desde el principio el objetivo a qué apuntar, que en efecto, como se puede facilmente constatar, siempre guió paso a paso su construcción desde el principio. Luego, Gödel *sabía* de antemano, *antes* de haberlo demostrado formalmente, y por lo tanto *sin* haberlo demostrado formalmente, que en cualquier sistema coherente una proposición como *G* (suponiendo que podría construirla) necesariamente sería verdadera pero indemostrable.

¿Cómo lo sabía? De lo que nos ha dejado escrito, parece evidente que lo entendió *reflexionando sobre su significado*. Sin embargo, lo que quiero resaltar aquí es que

ni siquiera se tiene que admitir esto (aunque a mí me parezca inevitable) para llegar a la conclusión que nos interesa. De hecho, de cualquier manera Gödel lo haya entendido, o incluso de cualquier manera Gödel (o alguien más) *podría* haberlo entendido, es evidente que esta debe ser una manera *no formal*, porque en aquel momento *G* como proposición formal simplemente *aún no existía*, más bien, aún no existía *todo el formalismo* en el que solo es expresable *G*. Esta obvia constatación elimina la raíz de todos los debates interminables sobre nuestra capacidad de conocer la verdad de *G* en un sentido absoluto: aquí, en efecto, la que está en cuestión es simplemente la verdad *condicional* de *G*, de la que nadie duda.

Bueno, pues por otro lado, como ya hemos visto, dicho conocimiento de (la necesidad de) la verdad de *G* para la coherencia de *P*, obtenida a través de un camino no formal, es un paso indispensable, no para el *desarrollo* de la demostración en sí misma, sino para su *ideación*, sigue que *ningún sistema basado exclusivamente en la lógica formal es capaz de descubrir la demostración del TDG*.

Por supuesto, esta última ya no es una demostración *matemática* (y en este sentido Gödel tenía razón en decir que su teorema no logra demostrar la transcendencia de la inteligencia humana), pero todavía es *una demostración*, es decir, no una mera expresión de creencias subjetivas, sino una argumentación racional (además *basada* en una demostración matemática, aunque distinta a esa), cuya conclusión me parece inevitable.

Por lo tanto, el gran mensaje del TDG no es tanto que los humanos conocemos un mayor número de proposiciones verdaderas respecto a las máquinas (lo que, en retrospectiva, sería una muy miserable "superioridad", puramente cuantitativa), sino que poseemos, además de la lógica, también "otro modo" para conocer y evaluar *todas* las proposiciones (tanto las demostrables como las indemostrables) que, de cualquier manera lo entendemos, las máquinas no tienen, como necesariamente tiene la característica de *no ser expresable en ningún sistema formal* y por tanto de *no ser implementable en ningún sistema mecánico*.

¿Esto es suficiente para afirmar sin duda la naturaleza espiritual y por tanto la inmortalidad del alma humana? Probablemente no, pues la física moderna ha demostrado que no todos los sistemas materiales son mecánicos,[23] aunque esto es seguramente un paso importante en esta dirección. Pero hay más, como ahora vamos a ver.

5. El método axiomatico y la inmortalidad del alma

Si el TDG no ha causado (y muy probablemente nunca causará) ningún problema práctico al desarrollo de las matemáticas, en cambio, como hemos adelantado al final del § 3, causó un grave problema teórico: es verdad, en efecto, que ninguno duda en serio de la coherencia de la aritmética y, más generalmente, de las matemáticas, pero, si esto no se puede demostrar, ¿de dónde deriva nuestra certeza que las cosas son así? Obviamente se puede simplemente decidir de ignorar el problema con un encogimiento de hombros en cuanto no relevante, como de hecho muchos matemáticos hacen, pero ¿es realmente así? Y, si es así, ¿por qué en cambio por mucho tiempo el programa de Hilbert fue juzgado tan importante de una manera prácticamente unánime?

Esta última pregunta es probablemente la que puede ponernos en el camino justo. En efecto, en la intención original de Hilbert (y de muchos otros matemáticos) la formalización integral de las matemáticas serviría esencialmente para evitar que pudiese darse otra vez una ambigüedad como la que por más de dos milenios había afectado al quinto postulado de la geometría de Euclides. En otras palabras, su fin más importante era llegar a una *completa explicitación* de los supuestos en que se basa la aritmética,[24] para sucesivamente llegar, basándose en esta, a repetir la misma operación para todas las otras partes de las matemáticas. Desde este punto de vista, la demostración formal de su coherencia no era, al fin y al cabo, tan importante: y, de hecho, hoy en día la gran mayoría de los matemáticos piensa que el programa de Hilbert haya sido esencialmente cumplido.[25]

Sin embargo, como hemos visto, hubo otros – los neopositivistas – que vieron en dicho programa algo muy distinto, o sea la posibilidad de *demostrar*, con la fuerza única que tienen las pruebas matemáticas, la validez de una idea de razón esencialmente mecánica, lo que, a su vez, les habría consentido comprobar su visión filosófica materialista. Desde *este* punto de vista, el asunto de la prueba de la coherencia era en cambio absolutamente esencial, pues si uno quiere proponer la reducción integral de la razón a la lógica no puede obviamente justificar esta última por medio de algo diferente: por tanto, o demuestra que la lógica está en grado de probar su propia coherencia, o tiene que reconocer que todo su racionalismo se basa últimamente en una fe completamente irracional (como en efecto es así).

Sin embargo, pese a que fracasaron en su intento principal, entre las ideas básicas de los neopositivistas hubo por lo menos una intuición correcta: o sea, que el programa de Hilbert tiene también una relevancia *filosófica*, y no solo matemática, pues su éxito o su fracaso tienen algo importante que decir acerca de la naturaleza de la razón humana.

Ya hemos visto una primera consecuencia, es decir, la imposibilidad de reducir la razón humana a un sistema mecánico. Pero, como adelanto, hay más. En efecto, no siempre (más bien, muy a menudo) la coherencia de los axiomas de una específica teoría matemática es evidente como acontece para la artimética. En este caso el no poder probarla formalmente podría volverse un problema serio también desde un punto de vista práctico. Si no es así es porque hay otra vía para asegurarnos de esto, es decir, *construir un modelo*, dando una interpretación a nuestra teoría de manera tal que sus axiomas jueguen en un específico universo de objetos. ¡Pero cuidado: ni siquiera la coherencia del modelo puede probarse formalmente! Por tanto, para solucionar nuestro problema no se puede usar un modelo cualquiera, sino solo un modelo *en que podemos "confiar"*, lo que significa: o un modelo que deriva de una teoría cuya coherencia es intuitivamente evidente (como por ejemplo fue el caso de las geometrías no eculidianas, que fueron aceptadas definitivamente solo cuando se logró construir un modelo euclidiano), o un modelo que deriva de una teoría cuya coherencia ya ha sido establecida de la misma manera (pues no hay otras), es decir, construyendo un modelo. Sin embargo, como obviamente no se puede ir *ad infinitum*, tarde o temprano siempre será necesario llegar a un modelo que deriva de una teoría cuya coherencia es intuitivamente evidente.

Por tanto, el fracaso de la parte "teórica" del programa de Hilbert, causada por el TDG, ha demostrado definitivamente que *el único criterio que puede últimamente asegurarnos de la coherencia de las matemáticas es el criterio de la evidencia intuitiva*,[26] aunque, por otro lado, el éxito de su parte "práctica", permitiendo la verificación indirecta de la coherencia de las nuevas ramas de las matemáticas a través del método de la construcción de modelos, ha aclarado *en qué sentido* se deba entender dicha evidencia intuitiva: no como una mayor correspondencia a la realidad de los axiomas de estas teorías respecto a las otras, sino como una mayor *sencillez*, que permite, exactamente, establecer su coherencia intuitiva. Por tanto, los axiomas intuitivamente evidentes no son más cercanos a la realidad, sino solo *a nuestra experiencia* de la realidad, que es algo muy distinto.

Sin embargo, todo esto no significa para nada que entonces, al fin y al cabo, las matemáticas son realmente meros sistemas formales sin ningún objeto que les corresponda, sino exactamente lo opuesto. De hecho, como acabmos de ver, cada sistema formal *debe* tener al menos un modelo, porque de lo contrario sería imposible establecer su coherencia. Luego, esto significa que los símbolos de cada sistema formal *sí tienen objetos* a los que se refieren (o, por lo menos, *pueden* referirse), y no solo: tienen también un *sentido*, pues de lo contrario sería imposible establecer una relación con sus objetos (de hecho, simplemente *no existirían* objetos "suyos", exactamente como lo decían los neopositivistas). Por tanto la formalización *no elimina* el sentido de las teorías matemáticas, sino solo lo *oculta*. ¿Y *dónde* lo oculta? La respuesta es simple: dentro de las reglas que determinan el uso de los símbolos, que obviamente tienen que tener un significado, pues para aplicarlas debemos entender lo que dicen; y aunque siempre podemos expresarlas en términos de otro sistema formal, esto no puede seguir por siempre, así que tarde o temprano tendremos necesariamente que expresarlas intuitivamente. Claro está que, si desde un punto de vista técnico este método tiene sus ventajas, *en principio*, en cambio, no hace ninguna diferencia *cómo* se identifica el significado de los símbolos, pues lo que cuenta solo es que, de una forma cualquiera, un significado *exista*.

Ahora bien, dicho significado ¿de dónde deriva? De hecho,[27] todos los sistemas axiomáticos existentes fueron creados de los dos modos siguientes:

El más básico es para describir de manera formalmente rigurosa algún universo de objetos ya conocido, que por tanto constituye, ya desde el principio, una posible interpretación suya significante. Solo después se observó que sus propiedades podrían aplicarse también a otros universos de objetos, lo que puede acontecer porque los axiomas no capturan todas las propiedades del universo de objetos considerado, sino solo algunas: y exactamente por eso (y no, una vez más, porque sea sin sentido) también se puede aplicar a otros universos de objetos que, aunque diferentes en otros aspectos, comparten con el primero las mismas propiedades que fueron codificadas en el sistema axiomático.

El segundo, que se apoya en el primero, consiste en cambiar algo en un sistema formal ya existente, de manera que el nuevo tenga propiedades en parte iguales y en parte no, como por ejemplo en el caso de las geometrías no euclidianas.

¿Qué tiene que ver todo esto con la inmortalidad del alma? Mucho. En efecto, no es difícil reconocer en el primer método el uso de la *abstracción* y en el segundo de la *analogía*, que ambas se basan en la capacidad de nuestra mente de "ver" aspectos inteligibles y universales dentro de un mundo hecho de objetos materiales e individuales: es decir, exactamente la misma tesis de Platón y los otros, que, como adelantado al principio, los desarrollos modernos del método formal no solo no han por nada rechazado, sino comprobado e precisado mejor.

6. La crisis de los fundamentos y la exigencia del Fundamento

Aunque llegue a comprobar las ideas básicas de Platón, la explicación que hemos recién dado de la naturaleza de los objetos matemáticos no es muy platónica, sino es parecida, más bien, a la aristotélica, que afirma que dichos objetos no tienen una existencia separada de las cosas materiales, como la (bastante problemática) de las Ideas platónicas, sino que solo existen en nuestra mente.

Sin embargo, no son creaciones nuestras, como resulta claro del análisis anterior y como es comprobado por la extraña característica que tienen de *oponer resistencia* a nuestros intentos de manipularlos a nuestra voluntad. Por 2 mil años, hemos dicho, el quinto postulado de Euclides rechazó todo intento de demostrar que era un teorema derivable de los otros cuatro, hasta cuando se tuvo que *reconocer* que no lo era y se podía negar sin contradicción; así mismo, siglos antes, la diagonal del cuadrado trastornó a los pitagóricos obligándolos a *reconocer*, a regañadientes, que no se conformaba a su convicción que a todo objeto le corresponde un número racional; siglos después, el TDG obligó a todos a *reconocer* los límites intrínsecos del método axiomático; y la lista podría seguir.

Ahora bien, si los objetos matemáticos no son creaciones nuestras, pero ni siquiera tienen una existencia aparte, fuera de nuestro mundo material, entonces ¿qué cosa son? Basándome en todo lo anterior, me parece que se pueda decir que son *conjuntos de propiedades objetivas de las cosas materiales, que nuestra mente puede considerar separadamente de las cosas materiales* (lo que, de paso, contesta a la pregunta de Wigner, demostrando que la eficacia de las matemáticas en las ciencias de la naturaleza no es por nada "irrazonable", ya que se basa en propiedades objetivas, aunque no siempre inmediatamente evidentes, de la naturaleza misma). Pero acá surge una paradoja. En efecto, el signo más característico de la naturaleza no material de los objetos matemáticos es que muy a menudo tienen que ver con el infinito, que en cambio en las ciencias físicas «es el modo en que la naturaleza nos dice que estamos equivocándonos completamente».[28] El problema se hace particularmente agudo si tomamos en consideración algunos desarrollos de la matemática moderna. En efecto, en el caso de una recta o de un plano o del número de los puntos geométricos, pese a que nunca podremos realmente "tenerlos en nuestra mente" completamente, podemos por lo menos decir que los *entendemos* completamente (y luego, en un sentido, que los tenemos también en nuestra mente, aunque solo implícitamente). Pero ¿qué sentido tendría decir lo mismo acerca de objetos como el conjunto de Mandelbrot, que, no obstante conozcamos su (simplísima) formula generadora, presenta aspectos siempre nuevos e inimaginables cada vez que profundizamos en eso? Ahora bien, si los objetos matemáticos solo existen en nuestra mente, ¿en qué sentido puede decirse que "existe" un objeto infinito, que como tal nunca será conocido completamente por ninguno y por tanto nunca "estará en la mente" de ninguno, ni siquiera de otros hipotéticos seres inteligentes, pues cualquier mente vinculada a un cuerpo material siempre será necesariamente finita? Sin embargo, afirmar que luego el conjunto de Mandelbrot (o π, o los números transfinitos, o cualquier otro objeto matemático) solo puede "existir parcialmente", pues ninguno puede conocerlo completamente, más que absurdo, parece ridículo.

Entonces, ¿cómo salir de esta trampa? La manera más lógica y natural me parece que sea hipotetizar la existencia de una mente *no vinculada* a un cuerpo material y por lo tanto *no finita*, vale decir, la mente infinita de Dios, en la cual todo objeto matemático pueda ser conocido completamente y de la cual la estructura matemática del mundo físico *participa*, como lo sugirió Santo Tomás de Aquino. Y como lo sugiere también, si correctamente entendida, la matemática moderna.

7. El Teorema de Gödel y la contingencia del mundo

Por fin, hay que decir que el TDG tiene una sorprendente consecuencia en un ámbito muy distinto e inesperado, o sea el de la cosmología. Sin embargo, antes que nada será bien aclarar cual consecuencias cosmológicas el TDG *no* tiene, ya que se trata de un error lamentablemente muy común.

En efecto, muchos[29] creen que el TDG prohibiría alcanzar la llamada Teoría del Todo (TOE, del inglés *Theory Of Everithing*), debido a la inevitable incompletitud de cualquier sistema formal, que parece estar en contra de la existencia de una teoría completa de la realidad. Sin embargo, esto es completamente erróneo. En primer lugar, el TDG solo demuestra la incompletitud de la *aritmética*: ahora bien, es verdad que en cualquier sistema formal en que se pueda expresar la (hipotética) TOE se podrá expresar también la aritmética, lo que implica que el sistema sea incompleto en el sentido de que tiene que contener necesariamente al menos un enunciado *aritmético* indecidible; pero esto no implica necesariamente que también la TOE sea incompleta, pues no todos los enunciados matemáticos tienen sentido físico y por tanto es perfectamente posible que ninguno de los enunciados indecidibles sea incluido en ella. Segundo, el TDG no demuestra que es imposible construir una teoría global, sino que *cualquier* teoría, tanto parcial como global, es incompleta, aunque solo en el sentido limitado que hemos recién aclarado: por tanto, no hay razón de pensar que el TDG pueda impedir la formulación de la TOE más que, por ejemplo, de las leyes de Kepler o del electromagnetismo o de cualquier otra teoría física, que, de hecho, nunca impidió. Tercero y más importante, el nombre "Teoría del Todo" solo es esto, un *nombre*, muy eficaz pero no muy correcto, pues la TOE solo sería una teoría unificada de todas las fuerzas fundamentales de la naturaleza, y no una teoría de la cual se pueda deducir todo lo que existe y/o acontece en el universo, en contra de que hay otras limitaciones mucho más básicas y amplias que el TDG: por tanto, incluso en el caso que la TOE, al fin y al cabo, incluyese realmente uno o más enunciados indecidibles entre sus consecuencias, esto no impediría su descubrimiento, ni afectaría a su naturaleza profunda.

El aspecto cosmológicamente relevante del TDG, en cambio, es el otro, es decir, la imposibilidad de demostrar la coherencia de un sistema formal. En efecto, desde hace años algunos científicos, empezando por Stephen Hawking, sostienen que si un día se llegara a la TOE, entonces sería posible demostrar que el universo es necesariamente así como es, pues, en las palabras del propio Hawking, se podría mostrar que «no hay otros modelos coherentes».[30] De esto, incluso él pretende derivar la conclusión, hasta más fuerte, que esto sería «un universo que crea a sí mismo»,[31] pues «un modelo bien hecho crea su propia realidad».[32] Ahora bien, mientras que el TDG obviamente no nos impide, tras alcanzar la TOE, darnos cuenta de una manera intuitiva de que es coherente, así como lo hacemos por cualquier otra teoría (cf. § 5), en cambio está claro que la intuición ya no puede ayudarnos de ninguna manera en establecer si la TOE representa el *único* modelo coherente del universo.[33] Esto solo se podría alcanzar a través de una demostración formal, pero la imposibilidad de demostrar que un sistema es coherente impide obviamente, a mayor razón, de demostrar que es el único coherente.

Esto claramente no significa que el TDG demuestra la contingencia del mundo, pero sí que *demuestra que nunca se podrá demostrar su necesidad*, y por tanto que la decisión entre necesidad y contingencia del mundo es un problema *auténticamente* y *exclusivamente* filosófico y teológico. Y esto no es poco.

8. Concluyendo…

Enfrentando este tipo de cuestiones siempre hay que poner mucho cuidado en analizar cada punto y en distinguir los diferentes niveles implicados con la máxima precisión (lo que muy a menudo no es fácil, pues son asuntos muy sutiles), en primer lugar para no llegar a pretender de dar una demostración matemática de algo que por su naturaleza pertenece a la filosofía (lo que sería el mismo error de los positivistas, solo al revés) y, segundo y más general, para evitar de sacar conclusiones que vayan más allá de lo que se puede legítimamente inferir.

Sin embargo, creo haber mostrado de una manera bastante convincente que una reflexión filosófica sobre los fundamentos de las matemáticas modernas, puesto que estos últimos sean entendidos correctamente, no solo no lleva al materialismo y al nihilismo, sino que puede permitirnos la recuperación, de una manera incluso más profunda y precisa, de muchos de los argumentos clásicos que intentaban trazar un camino de las matemáticas hasta la transcendencia.

Y, quizás, trazar también algunos nuevos.

Referencias bibliográficas

AGAZZI Evandro

(1961) *Introduzione ai problemi dell'assiomatica*, Vita e Pensiero, Milano.

(1967) *Alcune osservazioni sul problema dell'intelligenza artificiale*, in «Rivista di filosofia neoscolastica», 59 (1967), pp. 1-34.

(1990) *La logica simbolica*, La Scuola, Brescia (nueva edicion revisada y ampliada de la obra original del 1964).

(1991) *Operazionalità e intenzionalità: l'anello mancante dell'intelligenza artificiale*, in Amoretti Maria Cristina (ed.)

(2010), *Natura umana, natura artificiale*, Franco Angeli, Milano, pp. 63-77.

ARISTÓTELES
(1964), *Aristóteles. Obras Completas*, Aguilar, Madrid.

BERTO Francesco
(2008) *Tutti pazzi per Gödel!*, Laterza, Roma-Bari.

CHATIN Gregory
(1988) *La casualità in aritmetica*, in Casati Giulio (ed.) (1991), *Il caos. Le leggi del disordine*, Le Scienze, Milano, pp. 193-197.

GÖDEL Kurt
(1931) *Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme*, «Monatshefte für Mathematik und Physik», 38 (1931), pp. 173-198.
(1970) *Letter to Abraham Robinson, 20 March 1970*, in Gödel (2003), vol. V, p. 204.
(1951) *Some basic theorems on the fundaments of mathematics, and their philosophical implications*, in Gödel (2003), vol. III, p. 310.
(2003) *Collected Works*, Clarendon Press, Oxford.

GREENE Brian
(1999) *The elegant universe. Superstrings, hidden dimensions, and the quest for the ultimate theory*, Random House, New York.

LOLLI Gabriele
(2006) *Prefazione* a Lolli Gabriele, Odifreddi Piergiorgio (eds.) (2006), *Kurt Gödel. La prova matematica dell'esistenza di Dio*, Bollati Boringhieri, Torino, pp. 5-20.

HAWKING Stephen, Mlodinow Leonard
(2010) *The grand design*, Bantam Books, USA - Canada.

HILBERT David
(1899) *Grundlagen der Geometrie*, Teubner, Stuttgart.
(1920) *Die Grundlagen Der Elementaren Zahlentheorie*, «Mathematische Annalen», n. 104 (1920), pp. 485–494.

LOBAČEVSKIJ Nikolaj Ivanovic
(1835-1838) *Novye naćala geometrij s polnoj teriej parallel'nyh (1835-1838)*, Moskva - Leningrad;

MUSSO Paolo
(1997) *Filosofia del caos*, Franco Angeli, Milano.
(2004) *Forme dell'epistemologia contemporanea. Tra realismo e antirealismo*, Urbaniana University Press, Città del Vaticano (trad. esp. 2012, *Formas de la epistemología contemporánea. Entre realismo y anti-realismo*, Fondo Editorial UCSS, Lima, en curso de publicación).
(2010) *Matematica e realtà*, in Gargantini Mario (ed.) (2010), *Da uno a infinito. Al cuore della matematica*, Italgrafica, Novara, pp. 19-23.
(2011) *La scienza e l'idea di ragione*, Mimesis, Milano-Udine.

NAGEL Ernest, Newman James R.
(1958) *Gödel's Proof*, New York University Press, New York.

PLATÓN
(1) *Fedón*, en (1969), *Platón. Obras completas*, Aguilar, Madrid.
(2) Men*ón*, en (1969), *Platón. Obras completas*, Aguilar, Madrid.

RIEMANN Bernard
(1854) *Ueber die Hypothesen, welche der Geometrie zu Grunde liegen, lezione di abilitazione all'insegnamento, 10 giugno 1854*; primera publicacion (1868), en "Abhandlungen der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen", vol. 13 (1868).

RUSSELL Bertrand, Whitehead Alfred North

(1910) *Principia Mathematica* (3 voll.), Cambridge University Press, Cambridge.

SEARLE John
(1992) *The Rediscovery of the Mind*, MIT Press, Cambridge (Mass.).

STRUMIA Alberto
(2009) *Il problema dei fondamenti. Un'avventurosa navigazione dagli insiemi agli enti passando per Gödel e Tommaso d'Aquino*, Cantagalli, Siena.

WIGNER Eugene
(1960) *The unreasonable effectiveness of mathematics in the natural sciences*, in "Communications in Pure and Applied Mathematics", vol. 13, 1960, pp. 1-9.

ENDNOTES

1 Cf. Musso (2010).

2 Platón, *Fedón*, 79 a – 80 b.

3 Platón, *Menón*, 85 d – 86 b.

4 Wigner (1960).

5 Hilbert (1899).

6 Gödel (1931). El mejor comentario al TDG se encuentra en Agazzi (1961), pp. 203-228, lamentablemente agotado (aunque quizás finalmente está a la vista una reimpresión). Una presentación más corta, pero acompañada por un útil marco histórico y una presentación al mismo tiempo sintética y completa de las discusiones filosóficas posteriores acerca del significado de TDG se encuentra en el hermoso libro de Berto (2008), al cual por tanto haré referencia por cualquier profundización, pesa a que no coincido con algunas de sus conclusiones.

7 En efecto, sucesivamente se ha probado que las proposiciones aritméticas indecidibles son infinitas (véase Chaitin (1988)), aunque ninguna de las descubiertas hasta ahora es muy interesante.

8 A continuación se omitirá esta declaración, ya que todos los sistemas formales de algún interés son capaces de formalizar la aritmética.

9 Cf. Agazzi (1961), pp. 205-206.

10 Que usualmente es el de Giuseppe Peano (por lo que el sistema usualmente se llama *P*).

11 Es decir, para hablar técnicamente, sí juega en un diferente universo de objetos.

12 En efecto las cosas no son tan fáciles, pues la proposición que afirma "*G* es indemostrable" (donde *G* es el gödeliano, o sea el "nombre", de la proposicion γ) no tiene como su gödeliano *G*, pues los números gödelianos se asignan en base a los componentes de la proposición, luego *G* no puede ser el gödeliano de una proposición que incluya entre sus componentes *G* mismo y algo más: por tanto una proposición de esta forma no podría referirse a sí misma. Por ello, para llegar a su meta Gödel tuvo que usar un ulterior expediente técnico, tanto genial cuanto complicado, pero de que aquí no hablamos, pues no cambia en nada la sustancia de su argumento.

13 Gödel (1970). Para una presentación breve pero esclarecedora de las ideas filosóficas de Gödel, véase Lolli (2006).

14 Gödel (1951), p. 310. En efecto, una computadora no es nada más que la versión material de algún sistema formal. En principio se puede incluso concibir una computadora ideal capaz de impleentar cualquier tipo de sistema formal (máquina de Turing universal): se demsotra que cualquier teorema valido para los sistemas formales es valido también para las máquina de Turing universales y luego por cualquier máquina real.

15 Berto (2008), p. 208. Entre los otros, Berto mismo, Hilary Putnam, Juliet Floyd, Charles Chihara y Gabriele Lolli (cf. Berto (2008), pp. 190 y 211).

16 Berto (2008), p. 222.

17 Berto (2008), p. 221.

18 Berto (2008), p. 212.

19 ¿Por qué, en efecto, la afirmación de la superioridad de la mente requeriría que «por *cada* sistema formal (...), siempre podemos "ver" la verdad de *su* proposición gödeliana» (Berto (2008), pp. 213-214, cursiva mía)? Al contrario, es suficiente que podemos "ver" la verdad de *una proposición cualquiera* que ningún sistema formal pueda demostrar. Ahora bien, como el mismo Berto claramente explica poco antes, *ningún* sistema formal puede demostrar la verdad de la proposición gödeliana de la aritmética en un sentido absoluto, sino siempre y solo en un sentido condicional (Berto (2008), pp. 181-191).

20 Cf. Berto (2008), pp. 214-218.

21 En efecto, dicha técnica, o, más bien, dicho conjunto de técnicas, es extremadamente *ad hoc*, pues sirve *solo* para demostrar el TDG, y nada más. Por tanto, no es solo por su dificultad intrínsica que digo que nunca se podría descubrir (ni siquiera por azar) sin tener claro de antemano su objetivo final, sino porque, de hecho, cada una de las distintas técnicas empleadas por Gödel no tiene ninguna utilidad (y por tanto ningún sentido) aisladamente, sino solo junta a todas las otras en el marco de la demostración de su teorema.

22 De la cual lo mencionado aquí solo pudo dar una vaga idea. Solo se piense que para Agazzi (1961) necesitó 200 páginas para explicarlo de una manera completa y al mismo tiempo comprensible también para los no especialistas.

23 Cf. Musso (2011).

24 Cf. Agazzi (1961), pp. 50-52.

25 Cf. Berto (2008), p. 156.

26 No por nada, pese a que cualquier proposición valida de un sistema formal podría en principio tener la función de axioma, de hecho cada vez que es posible se eligen las proposiciones más evidentes (cf. Agazzi (1961), pp. 11-16).

27 En efecto, hay que reconocer que en principio se podría también construir el sistema al azar y luego ver si sale algo bueno: esto no cambiaría nada y solo significaría que tuvimos suerte al captar al azar las propiedades de un universo de objeto hasta entonces desconocido, ya que el sistema siempre y solo se podría legítimamente usar después de haber encontrado por lo menos un modelo.

28 Greene (1999), p. 111.

29 Entre estos, el gran historiador y filósofo de la ciencia Stanley Jaki, del cual aprendí muchísimo, pero que acá se equivocó de manera grave, y además no solo no se conformó con esto, sino se convirtió en un muy activo propagandista de esta errónea interpretación, de la que lamentablemente logró convencer a muchos otros, incluidos a científicos ilustres.

30 Hawking, Mlodinow (2010), p. 171.

31 Hawking, Mlodinow (2010), p. 171.

32 Hawking, Mlodinow (2010), p. 162.

33 Obviamente podría resultar evidente que la TOE es la única teoría coherente *para explicar un universo como el nuestro*, lo que de hecho es lo que quiere decir Hawking, pues según su hipótesis (que todavía solo es una hipótesis, y no una teoría ya hecha y prácticamente cierta, como muy partidariamente intenta hacer creer, según su habitual malacostumbre) la TOE podría predecir a existencia de muchos universos con diferentes valores para las constantes físicas y luego diferentes leyes naturales, *pero siempre y solo dentro del marco de las mismas teorías fundamentales*, o sea la relatividad y la mecánica cuántica. Sin embargo, esto no significa que universos completamente distintos, en que no existan ni la gravedad ni la mecánica cuántica, no puedan ser perfectamente coherentes. Una prueba de este tipo nunca se podrá alcanzar basándose solo en lo que se puede establecer estudiando nuestro universo.