De la ciencia de la complejidad al amor de Jesús

— *Carlos E. Puente**

RESUMEN

Las últimas décadas han sido testigo del desarrollo de una colección de ideas encaminadas a entender y predecir la fragmentación inducida por la complejidad natural. Entre ellas se encuentran el uso de: (a) cascadas multiplicativas para modelar la turbulencia ocasionada por el poder del aire; (b) cadenas de bifurcaciones para describir las transiciones ordenadas y el eventual caos producido al calentar progresivamente un fluido; (c) procesos con estados críticos para representar las ubicuas relaciones de potencia presentes en la violencia natural; y (d) transformaciones fractales para reproducir la geometría compleja observada en la naturaleza sin invocar el concepto del azar. Este trabajo revela cómo tales nociones dan lugar a un marco de referencia coherente e imparcial que nos permite visualizar la dinámica y las consecuencias de los rasgos divisivos propios de la humanidad---incluyendo las opciones esenciales de orden y desorden, amor y desamor, y paz y ansiedad que todos confrontamos en nuestras vidas. Empleando dicho marco referencial y enfatizando la perversidad en lo repetidamente desintegrado y complejo, el trabajo explica cómo las ideas definen un puente consistente hacia el amor redentor de Jesús, y sólo hacia el suyo, en el cual la "sencillez" especifica el único camino cabal y santo para todos, uno que sólo puede alcanzarse en "la raíz", en "lo recto", en "el origen" y en "lo positivo", satisfaciendo, en el mismo espíritu de las llamadas a la conversión de Juan Bautista, varios adagios geométricos como "rellena los valles y corta las montañas", "bájate del árbol caótico", "que sea cero tu potencia", y "que tu transformación sea positiva y plena", los cuales reflejan el amor vital a Dios y al prójimo. Una vez el puente entre la ciencia y la fe católica es establecido, este trabajo explica la relación que dichas ideas tienen con algunos símbolos recientemente descubiertos en el Manto Sagrado de Turín.

Palabras clave: Jesucristo, ciencia y fe, complejidad, turbulencia, fractales, caos, leyes de potencia, criticidad auto-organizada, campana de Gauss, desequilibrios, desigualdades, violencia, infierno, arrepentimiento, equilibrio, raíz, transformación, purgatorio, plenitud, belleza, cielo, manto de Turín, $X = Y$, sencillez, amor.

From the science of complexity to the love of Jesus

ABSTRACT

The last decades have witnessed the development of a collection of ideas aimed at understanding and predicting the fragmentation induced by natural complexity. Among them there are the use of: (a) multiplicative cascades to model the turbulence caused by the power of the air; (b) chains of bifurcations to describe the orderly transitions and the eventual chaos produced by progressively heating a fluid; (c) processes having critical states to represent the ubiquitous power-laws present in natural violence; and (d) fractal transformations to reproduce the complex geometries seen in nature without invoking the concept of chance. This work reveals how such no-

* Ph.D. por Massachusetts Institute of Technology (1984) y Profesor de Hidrología, con énfasis en complejidad, en Department of Land, Air and Water Resources, University of California, Davis desde 1986.

tions give rise to an impartial and coherent framework that allows us to visualize the dynamics and consequences of the divisive traits ever-present in humanity---including the essential options of order and disorder, love and indifference, and peace and anxiety that we all confront in our lives. Using such a referential framework and emphasizing the wickedness of the repetitively disintegrated and complex, the work explains how the ideas define a consistent bridge towards the redeeming love of Jesus Christ, and only towards his, in which "simplicity" specify the unique proper and saintly way for all, one that can only be achieved in "the root," in what is "straight," in "the origin," and in "the positive," satisfying, in the same spirit of the calls to conversion by John the Baptist, various geometric adages such as "fill the valleys and cut the mountains," "come down the chaotic tree," "may zero be your power," and "let your transformation be fully positive," which reflect the vital love to God and one another. Once the bridge between science and the Catholic faith is established, this work explains the relation that such ideas have with some symbols recently discovered in the Holy Shroud of Turin.

Key words: Jesus Christ, science and faith, complexity, turbulence, fractals, chaos, power-laws, self-organized criticality, Gaussian bell, imbalances, inequalities, violence, wars, hell, repentance, equilibrium, root, transformation, purgatory, plenitude, beauty, heaven, shroud of Turin, Y = X, simplicity, love.

1. INTRODUCCIÓN

Indudablemente vivimos en tiempos que pueden ser denominados "turbulentos", "complejos", y "caóticos". Luego de sobrellevar hasta nuestros días guerras y rumores de guerras, hambrunas, corrupción, escándalos sexuales, terrorismo, caídas en las bolsas de valores, uso creciente de drogas ilícitas, y una pobreza generalizada, la humanidad parece estar destinada a continuar así en este milenio. A pesar de las buenas intenciones de muchos seres humanos y de su trabajo por lograr condiciones más justas para todos, las divisiones inherentes a la humanidad continúan rasgando la unidad y esto lleva a muchos hermanos y hermanas a la desesperanza y también a la indiferencia. Tristemente, con el paso de los años, la paz verdadera y la implementación del amor continúan siendo esquivas.

Por otro lado, los tiempos modernos han sido testigo de grandes avances en ciencia y tecnología los cuales han transformado la forma en que vivimos. Recientemente, tal conocimiento ha dado lugar a una colección de ideas encaminadas a comprender y predecir la complejidad de la naturaleza, y en particular a aquella relacionada con la violencia natural, incluidas de una manera específica la turbulencia, el caos, los terremotos, las avalanchas, etc. Este trabajo muestra cómo dichas nociones universales proveen un marco de referencia imparcial que: (i) nos permite visualizar la dinámica y las consecuencias de nuestros propios rasgos divisivos, y (ii) nos guía, de una manera lógica, y coherente con las enseñanzas de Jesucristo, a un estado de vida basado en el amor pleno y en lo "sencillo", en el cual todos podemos lograr la armonía y la paz y, más significativamente, nuestra redención.

Este artículo resume lo hallado en mi libro *La Higuera & La Campana* y en mi blog *Campanitas de Fe*,[1] y está ordenado en cinco secciones: lecciones a partir de la turbulencia, lecciones a partir del caos, lecciones a partir de leyes de potencia, lecciones a partir de transformaciones fractales, y la relación de las ideas con la imagen impresa en la Sábana Santa.

Luego de esta introducción, en la siguiente sección se introduce el concepto de las cascadas multiplicativas y se explica cómo dichos modelos de división no solamente permiten ajustar la distribución de energías disipadas presentes en la turbulencia natural, sino también cómo ellas pueden emplearse para describir nuestra propensión a la violencia y a las desigualdades de riqueza existentes en el mundo. Empleando una rica colección de imágenes, que incluye el equilibrio en la uniformidad y las correctamente denominadas "escaleras del diablo" asociadas con la fragmentación, se argumenta que podemos aprender de la forma simple y repetitiva observada en la naturaleza para evitar las consecuencias mortíferas de la división. Se ilustra también cómo los adagios Bíblicos "rellene los valles y corte las montañas" y "amaos los unos a los otros" califican la única solución compasiva que define la paz para todos, la cual además está caracterizada por el proverbio geométrico "la hipotenusa el camino de la paz".

En la tercera sección se resume cómo la iteración de funciones sencillas no-lineales da lugar a cadenas de bifurcaciones que definen una gran variedad de árboles caóticos, tal y como lo personifica el icónico árbol de Feigenbaum o "la higuera", en alemán. Empleando la universalidad implícita en las nociones, se explica cómo en cuestiones de paz las ideas nos guían hacia las rectas raíces de dichos árboles como el mejor y único estado común en el que podemos lograr un verdadero orden y la ansiada paz, es decir, "bajo la higuera". Se argumenta, citando la Biblia, que los conceptos modernos proveen un simbolismo rico y fehaciente que, en particular, nos permite apreciar el por qué una higuera sin fruto fue maldecida y consecuentemente secada por Jesús, ciertamente de la misma manera en que un viento turbulento y diabólico fue increpado por Él y se tornó débil, y por qué es pertinente aprender una lección parabólica, y sin lugar a dudas misericordiosa, de una higuera y de otros árboles---aún aquellos caóticos que brotan en la ciencia veinte siglos después---, pues acaso son precursores misteriosos y urgentes de eventos venideros. Se enfatiza también el que sea pertinente estar siempre preparados para evitar el espantoso estado infernal del caos extremo en el que vívidamente se vaga para siempre en un gran calor, y se ilustra que la clave está en cumplir los proverbios "bájate de tu propia higuera" y "disminuye hacia el cero, el origen, para volverte santo".

En la cuarta sección se explica cómo las leyes de potencia representan una manifestación universal de la complejidad, pues dichas aproximaciones en la forma de líneas rectas en escalas doble-logarítmicas se hallan comúnmente en las distribuciones de frecuencia de diversos procesos relacionados con la violencia natural, como por ejemplo, los terremotos, las avalanchas, las crecientes en los ríos, los incendios forestales y las erupciones volcánicas. Aquí se muestra además cómo dichas leyes también se encuentran al describir procesos relacionados con la división generada por el hombre, tales como las distribuciones sesgadas de riqueza, de las naciones y entre las naciones, y la distribución de las guerras en el mundo. Reafirmando lo dicho en secciones anteriores con relación al amor, la paz y lo sencillo, se ilustra cómo podemos aprender de la existencia de dichas leyes em-

píricas para que, al evitar estar regidos por los bien denominados "estados críticos" que las generan, podamos reafirmar la equidad entre las naciones como la meta más justa y podamos animar con todo amor a la verdadera hermandad entre todos los seres humanos, cumpliendo el apotegma "que sea el cero nuestra potencia unitiva", es decir acatando nuevamente llamados urgentes a la conversión para crecer a la amistad en la santidad.

En la quinta sección se resume un procedimiento geométrico platónico capaz de representar observaciones típicas de complejidad y también distribuciones "pacíficas" Gaussianas, en una o más dimensiones, por medio de "sombras" de alambres fractales iluminados por distribuciones complejas como las encontradas en el estudio de la turbulencia. Aquí se explica cómo, en contraste con las leyes de potencia antes citadas, el caso de la simbólica campana normal representa la mejor, y por ende más fidedigna, invitación a la paz y la armonía, pues sólo allí, se filtra cualquier desorden dando lugar a una belleza exótica y porque existe un caso límite particularmente significativo y compuesto por una unidad positiva e infinita que, al concentrarlo todo en el infinito, en el cielo, invierte universalmente casi cualquier entropía e invita a la plenitud, a la naturaleza misma de la Santísima Trinidad, dando lugar al elocuente adagio "que tu transformación sea positiva y plena".

Finalmente, en la última sección se explican algunas relaciones entre las ideas aquí expuestas e imágenes visibles en el Manto Sagrado de Turín, las cuales proveen un soporte adicional a la invitación a la fe Cristiana-Católica esbozada en el trabajo.[2]

2. Lecciones a partir de la turbulencia

Tal y como se va a notar, este trabajo contiene diversos juegos sencillos que ilustran cómo ocurre la complejidad natural.[3] El primero de ellos se muestra en la Figura 1.

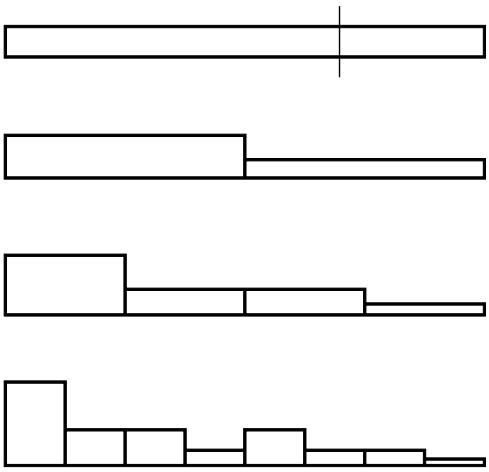


Figura 1. La propagación de desigualdades.

Este diagrama representa un "juego de niños" que puede entenderse muy fácilmente moldeando plastilina. Dibujada arriba está una barra tal y como sale de la caja. El juego empieza cortando la barra por un factor dado, digamos el 70% de izquierda a derecha, tal y como lo muestra la línea vertical. Luego el juego sigue, apilando el pedazo más grande hacia la izquierda y alargando el segundo pedazo, también hacia la izquierda, de modo que conformen dos piezas contiguas de igual tamaño horizontal. Claramente, la primera pieza es más alta que la barra original y la segunda pieza es más baja.

El juego continúa repitiendo el proceso en cada pedazo y en la misma proporción. Al siguiente nivel hay cuatro rectángulos, cuyas masas son el 70% del 70%, o sea el 49%, el 30% del 70% o el 21%, el 70% del 30% o el mismo 21%, y el 30% del 30% que da el 9%. Claramente, 49 más 21 más 21 más 9 da 100%, en virtud al bien conocido principio de la "conservación de la plastilina", algo que en verdad no funciona muy bien si hay niños pequeños en casa. El próximo nivel contiene 8 piezas y el rectángulo más masivo continúa creciendo en altura. Como la base del rectángulo es la mitad de la mitad de la mitad, o sea 1/8, y como el área es igual a 0.7 al cubo, la altura a la izquierda da 1.4 al cubo, la cual es 2.74 veces más grande que la barra original.

Claramente, se puede calcular sin mayor dificultad lo que el juego produce si se emplean particiones arbitrarias p y q. Al primer nivel del juego, debajo de la barra inicial, la cantidad de masa es precisamente p y q. Al segundo nivel se obtiene, en orden, p de p o p al cuadrado, p por q, p por q y q al cuadrado, lo cual no es nada más que la expansión familiar de p más q todo elevado al cuadrado. Al siguiente nivel se obtiene p más q todo al cubo, pues las masas se hallan de nivel a nivel multiplicando. Como se puede notar, todo está relacionado con el conocido teorema del binomio expandiendo al nivel n la expresión $(p + q)^n$, y el juego define una bien llamada *cascada multiplicativa*.

La Figura 2 muestra lo que sucede cuando el juego se repite muchas veces. Se obtienen muchos rectángulos con bases muy pequeñas (2 a la potencia 12 o 4,096 de ellos) y la barra original se rompe en muchos rectángulos esbeltos que son como *espinas*. La escala vertical aumenta dramáticamente debido a los apilamientos sucesivos, 1.4 a la potencia 12 para doce niveles o 56.69 unidades a la izquierda, y ciertamente el objeto nos pincha si lo tocamos desde arriba.

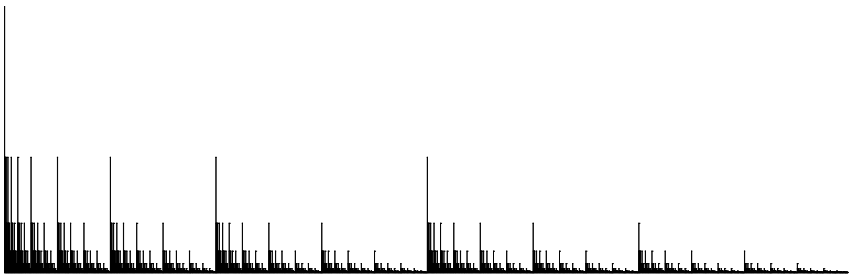


Figura 2. El juego luego de 12 niveles.

Como se observa, las espinas se ordenan en capas o estratos de acuerdo con el triángulo de Pascal. La espina más alta, mostrada comprimida pues de lo contrario no cabría en la página, ocurre una vez y contiene p a la 12 de la masa. El rectángulo más pequeño a la derecha, y casi invisible pues su dinámica siempre decrece, ocurre también una vez y contiene q a la 12 de la masa. Existen 12 espinas grandes que contienen p a la 11 multiplicado por q y también 12 espinas pequeñas (también invisibles) que contienen p por q a la 11, hay 66 espinas que contienen p a la 10 por q al cuadrado, y así sucesivamente. Las capas se entrelazan finamente (13 de ellas en este caso) y sus densidades aumentan simétricamente en la medida en que nos adentramos al triángulo de Pascal por la izquierda y por la derecha, de modo que el estrato más común es aquel que contiene p a la 6 multiplicado por q a la 6 de la masa lo cual ocurre 924 veces.

Ciertamente no es nada fácil caminar este objeto, pues para visitar a alguien al mismo nivel (o a cualquier otro nivel) se requiere bajar y subir muchísimas veces, pues las espinas que pertenecen a una misma altura tienden a estar separadas por *huecos* en los que existen espinas de menor tamaño, y esto es cierto para todo nivel o estrato. Si el juego se repite muchas veces más, la fragmentación adicional da lugar a espinas infinitas que carecen de cohesión al estar soportadas por algo tan vacío como el *polvo*, en efecto polvos fractales para cada nivel (por ende, infinitos polvos) y con dimensiones fractales menores que 1. Por dicha razón, al objeto dado por este juego se le conoce como un *multifractal*.

Para apreciar plenamente la estructura dispersa que existe en cada una de las capas del juego descrito, es pertinente introducir otro "juego de niños", tal y como se describe en la Figura 3.

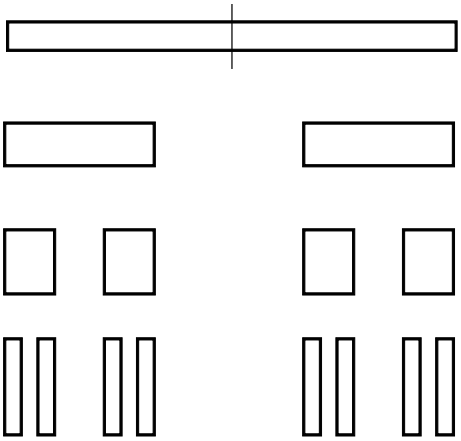


Figura 3. La propagación de huecos.

Este proceso también se juega moldeando plastilina, pero en vez de cortar la barra original por un valor de p igual al 70%, esta vez se hace por el medio, apilando a la izquierda y a la derecha de modo que quede un hueco de tamaño un tercio en la mitad.

Como antes, este juego continúa en cada pedazo dividiendo y apilando en la misma proporción. Al final y para cada nivel del juego aparecen una multitud de rectángulos que nunca se tocan, es decir ellos eventualmente también se tornan infinitos en tamaño y suceden sin tocarse sobre un conjunto vacío que es el *polvo*.[4]

Claramente, este juego sencillo es otra cascada multiplicativa que genera espinas de igual tamaño que ocurren sobre un polvo disperso e infinito. Sucede que al variar el tamaño del hueco del segundo juego, del valor 1/3 a un tamaño arbitrario h, éste ajusta la estructura topológica vacía de cada una de las capas presentes en el primer juego. Por ejemplo, mientras que las capas más densas requieren de la propagación de un hueco pequeño, aquellas más dispersas corresponden a le escogencia de huecos más grandes. La moraleja es que los dos juegos, aunque aparentemente diferentes, están, al final, íntimamente relacionados el uno al otro. Ambos son cascadas divisivas y el segundo juego (variando el tamaño del hueco) vive dentro del primero en cada una de sus capas.

Pero hay aún más. Para apreciar los juegos más detalladamente y cómo ellos dan lugar a objetos espinosos cuyas escalas crecen al infinito, es conveniente considerar sus masas acumuladas desde su comienzo, cero, a un punto x que varía de cero a uno, y en función de x, tal y como se ilustra en la Figura 4.

Figura 4. Los juegos y sus masas acumuladas.

Las dos cascadas, a la izquierda, dan lugar, siguiendo la dinámica de los juegos, a los objetos mostrados a la derecha. Para el primero, se obtiene un perfil *C(x)* cque evoca el de una nube de polvo, el cual contiene una multitud de *muescas* horizontales-verticales. La más notoria sucede cuando x es igual a 1/2 y tiene una altura de 0.7, pues desde cero a la mitad del objeto se halla el 70% de la masa original. Luego hay una muesca en 1/4 con altura 0.49 igual al 70% del 70%, y así sucesivamente. Para el segundo juego se encuentran una gran cantidad de *mesetas* que corresponden a los huecos de la cascada. La

más larga de 1/3 a 2/3 tiene una altura de 1/2, pues la masa original se apiló por mitades a la izquierda y a la derecha. Luego hay dos mesetas con longitudes 1/9 y alturas 1/4 y 3/4, y así sucesivamente.

Como se puede observar, los conjuntos acumulados son unos "monstruos matemáticos" que contienen muchos puntos en los que no existen tangentes. Mientras que el primer perfil carece de derivadas en todo punto, el segundo no las tiene en todos los extremos de las múltiples mesetas. Como, al final, existen muescas y mesetas por todos lados, ambos objetos son localmente planos y sus distancias, de arriba a abajo, desde el punto (1,1) al punto (0,0), son iguales a dos unidades, una horizontal más una vertical. Esta propiedad resulta ser universal. Cuando se propagan desequilibrios p o huecos h, ellos definen espinas y polvo que dan lugar a objetos acumulados que tienen longitudes máximas de dos unidades. Lo mismo sucede al combinar los juegos y también cuando el azar se emplea para definir cascadas más generales con desequilibrios y huecos variables de nivel a nivel. Como los perfiles serrados dados por las cascadas son localmente planos en todas partes, al caer en ellos uno creería haber llegado a tierra llana. Por esta clara decepción y por la fragmentación producida por los juegos, a dichos perfiles se les conoce adecuadamente en la física y las matemáticas como las *escaleras del diablo*.[5]

Ocurre que el primer juego de niños se relaciona con la forma en que sucede la *turbulencia* natural en el aire. Cuando el número de Reynolds, $Re = (v \cdot L)/$, es grande, la inercia en el fluido, dada por el producto de la velocidad v y una distancia característica L, subyuga la cohesión interna del mismo, dada por su viscosidad , y el fluido se rompe en una cadena irreversible de *remolinos*, que se dividen en más remolinos, y así sucesivamente. Como lo expresa la Figura 5, dichos remolinos, que siempre viajan hacia adentro (o de más a menos como puede observarse en un feroz huracán), cargan consigo energías desiguales que corresponden precisamente a las masas de la primera cascada, con el desequilibrio p curiosamente igual al 70%. Pero ellos no viven para siempre, sino que eventualmente se *disipan* en calor cuando su escala es suficientemente pequeña.[6]

Figura 5. Los remolinos de la turbulencia.

Notablemente, las observaciones de turbulencia completamente desarrollada en el aire a lo largo de una dimensión son consistentes con el rompimiento sucesivo de remoli-

nos con energías dadas por la razón 70-30, tal y como lo mostraron Charles Meneveau y Katepali Sreenivasan.[7] Para diversos flujos, tanto naturales como en el laboratorio y que incluyen la turbulencia atmosférica, la capa límite, la estela de un cilindro, y otros, se hallan capas de energía que son reordenamientos horizontales de lo producido por el primer juego de niños. Para que se aprecie aún más la bondad del ajuste universal encontrado para diversos flujos, la Figura 6 muestra la relación entre las magnitudes de las capas con exponente y sus respectivas dimensiones fractales *f( )*. Mientras que los cuadrados denotan las observaciones de turbulencia, la parábola corresponde a la cascada matemática del 70-30 con densidades que crecen al adentrarnos al triángulo de Pascal, como se explicó anteriormente.

Figura 6. El espectro multifractal de la turbulencia.[7]

Dado que el aumento de entropía en la turbulencia natural ocurre universalmente mediante una cascada sencilla, es lógico, al menos como una metáfora, el emplear los procesos en cascada para modelar cómo nosotros los humanos creamos nuestra propia turbulencia. Después de todo, todos nosotros, desde Afganistán hasta Zimbabue, confrontamos "fuerzas inerciales" que rompen nuestras "cohesiones internas" y, cuando esto sucede, al cruzar el umbral de nuestro propio número de Reynolds, se generan "comportamientos intermitentes" y turbulentos. Pues, aunque queramos negarlo, muchas veces nos equivocamos repitiendo el mismo error, partiendo una y otra vez, como lo ilustra simbólicamente la Figura 7.

Figura 7. Los juegos como metáforas de la división humana.

Mientras que el primer juego puede ser empleado para describir vívidamente la proliferación de desigualdades generada por nuestros instintos preferenciales y competitivos que dan lugar a un marcado cinismo en la gente, la segunda cascada puede ser usada para representar los efectos atroces de las discriminaciones y sus relacionadas desconfianzas y miedos cuando se imponen "igualdades" a la fuerza. Note como estas ideas sencillas y sus diagramas asociados bien reflejan no solamente los sistemas políticos que han gobernado el mundo sino también nuestras propias posturas y acciones egoístas, pues ellas expresan tristemente: (a) el por qué el tercer mundo compuesto por 2/3 de los habitantes, es decir el 0.666⋯ de todos (como se observa de una manera geométrica y vívida en la dinámica de los remolinos de la Figura 5, empezando con el cero de la quietud original), vive bajo condiciones de pobreza;[8] (b) el por qué más de 2,000 niños mueren al día por falta de agua; y (c) el por qué vivimos sumidos en estados llenos de violencia y división.

Como la historia ha comprobado que el segundo juego no funciona en virtud de sus múltiples vacíos, es relevante preguntar, aún si esto resulta inapropiado, si la globalización triunfante de la primera cascada, ilustrada en la Figura 8, es la solución a los problemas que nos aquejan.

Figura 8. El triunfo histórico del primer juego.

En este sentido, es útil recordar el triángulo de Pascal y hacer algunos cálculos. Si se toma un desequilibrio p = 0.7, como en la turbulencia natural, y se consideran n = 20 niveles de la cascada, se puede estudiar en dónde está localizada la plastilina. Así, el 5, 10, 20 y 40% de las espinas más grandes contienen, en orden, el 57, 70, 84 y 95% de la masa. Esto se ajusta, insospechadamente, a la distribución sesgada de riqueza del país más poderoso del mundo, los Estados Unidos, pues en 1998 los más ricos allí tenían, para los mismos percentiles, el 59, 71, 84 y 95% de los recursos.[9]

Ciertamente esta es una coincidencia indeseada que sin embargo provee una advertencia veraz y una clara moraleja. Si los desequilibrios continúan su propagación, como tristemente sucede desde entonces y también por ejemplo en las relaciones interpersonales fallidas, las leyes de la física y el sen-

tido común nos aseguran que las energías se disiparán y "*morderemos el polvo*". Pues la distribución de riqueza de cualquier país del mundo, y no sólo la de la superpotencia sino también aquella algo abstracta que nos define como personas, se puede entender mediante una cascada multiplicativa que provee una escalera del diablo, aún si ella requiere, como en el caso de diversas naciones, del uso de particiones variables y no siempre la misma proporción, de nivel a nivel.

A partir de estas reflexiones se puede observar que existe una única solución de sentido común para todos nosotros. Tal y como se ilustra en la Figura 9, ésta se basa en: (a) invertir la dirección de la cascada para reparar lo roto, (b) vivir a números de Reynolds bajos para evitar la violencia y las ansiedades del mundo moderno y, (c) para decirlo en el lenguaje de los antiguos profetas Isaías, Baruch y Juan Bautista, "rellenar valles y cortar montañas" para restaurar la unidad.

Figura 9. Hacia el equilibrio y la unidad: 1 = 0.999 ⋯.

Pues de una forma gráfica y matemática a la vez, la unidad se compone de un número infinito de espirales anti-naturales rotando hacia afuera, 1 = 0.999 ⋯, que se oponen a los espirales negativos inducidos por la división diabólica del poder del aire, 2/3 = 0.666 ⋯, en la que se aprecia, según San Pablo, al *diablo* mismo, quien, al final, representa nada más que una promesa falsa. Pues, aunque nuestra desazón permita que él nos susurre al oído que la división es inevitable y que la hermandad y la paz son una utopía, no existe otro camino más que convertirnos, es decir, reconocer nuestras culpas y enmendar el *equilibrio*.

A partir de estas observaciones, y empleando la simple geometría, podemos ver, por nosotros mismos, que existe sólo una única solución posible, ciertamente misericordiosa, tal y como lo muestra la Figura 10, incluyendo además su masa acumulada.

Figura 10. El equilibrio y su masa acumulada.

Ella consiste en no jugar juegos divisivos y más bien mantener dinámicamente la *uniformidad* de la barra original, es decir su unitivo nivel *cero* basado en la insuperable *potencia del cero*, y su santidad, que dota universalmente la *unidad*. Y esto se logra siempre practicando el 50-50 proverbial sin excepciones, amándonos los unos a los otros, es decir sin huecos. Esta es la única condición recta y sólida que al no contener ni espinas ni polvo podemos caminar sin temor. Este es sin duda el mejor camino, que, al evitar las mentiras de la fragmentación, no nos lleva a la disipación que es la muerte. Esta condición es entonces el camino, la verdad y la vida que representa el amor radical de **Jesús**.

Como la acumulación de la barra uniforme de plastilina resulta claramente en la línea uno-a-uno y como dicha rampa tiene una distancia mínima de $\sqrt{2}$ de arriba abajo, del punto (1,1) al punto (0,0), en virtud al teorema de Pitágoras, podemos observar el por qué la *hipotenusa* del triángulo mostrado en la Figura 10, al reflejar el amor pleno siempre unitivo, es el camino de la paz. Pues el mantenimiento de la verdadera unidad viaja seguro y siempre con pendiente uno, "*uno siempre pendiente*", mientras que los juegos diabólicos divisivos producen escaleras del diablo ásperas y serradas que son eventualmente tan largas como los catetos del mismo triángulo. La moraleja es que la ecuación más sencilla de todas $X = Y$ representa y provee la raíz del amor, y ella es, de una forma geométrica, **Jesús** en la cruz y la silueta de Él crucificado en ella. Pues dicha ecuación además provee un certero tobogán recto que siempre lleva al origen, o sea al **Padre**, un último y deseable estado que no puede lograrse de otra manera, pues es imposible deslizarse por una escalera del diablo que carece de tangentes inclinadas.[10]

Ya para terminar esta lección y para enfatizar aún más la unicidad del verdadero equilibrio, la Figura 11 muestra al punto improbable y anti-natural en medio de un mar de posibilidades que expresan todas las cascadas erradas que combinan desequilibrios p y huecos h.

Figura 11. El punto de equilibrio rodeado de cascadas divisivas.

Como existen escaleras del diablo con distancias máximas en todas partes, podemos notar que es un acto de hipocresía el juzgar a los demás si no estamos en el punto

del balance y también podemos ver que es en efecto cierto el que sea más fácil para un camello el pasar por el ojo de una aguja (suficientemente grande, claro está) que hallar el punto esencial. Al final, y a pesar de las dificultades, existe sin embargo un fiel algoritmo, coherente con la sabiduría antigua, y es el *sacramento* de la reconciliación para llegar al punto. Si la cascada se ha adelantado por un número finito de niveles, se halla no un plano de altura 2 unidades sino una superficie convexa hacia arriba. Así, el balance puede alcanzarse "fácilmente" reconociendo la *gravedad* de nuestra división y yendo hacia la raíz del asunto. Pues existe una marcada diferencia entre 2 y $\sqrt{2}$, como la hay entre el espiral egoísta y negativo 6 y el amoroso y positivo 9, y esto es consistente con la diferencia diametral que existe entre las tinieblas y la luz, tal y como ocurrió precisamente en la *oscuridad* que sucedió, precisamente de la hora sexta a la hora nona, cuando **Jesús**, coronado por nuestras espinas de pecado fue crucificado por nosotros, para redimirnos por amor en la hora nona de la unidad.

Como se puede observar, estas ideas nos recuerdan nuestras opciones personales y colectivas: el equilibrio o la turbulencia; la calma o la violencia; la rectitud o la maldad; la reconciliación o la separación; la integración y su símbolo en la letra "ese" esbelta o la división y su símbolo \$ que la niega; la unidad y sus espirales positivos y amorosos hacia afuera 1 = 0.999 ⋯ o el polvo y su mentirosa fracción diabólica 2/3 = 0.666 }, claro está; la completez o el vacío; y la vida o la disipación, que, vale la pena enfatizarlo, es la muerte.

La siguiente poesía resume esta lección.[11]

Caminos, Caminos

El uno es el más largo
y el otro es en rectitud,
uno lleva a lo amargo
y el corto a la plenitud.

El recto lo une todo
y en el otro hay división,
el uno es humilde gozo
y en el largo perdición.

El largo es agitado
y el otro es serenidad,
uno está lleno de espinas
y el corto regala paz.

El recto es carga liviana
y el otro genera sed,
el uno es planicie santa
y el largo torcido y cruel.

El largo es egoísta
y el otro con buen amor,
uno trae mala suerte
y el corto sana el dolor.

El recto es equilibrado
y el otro sin proporción,
el uno provee buen fruto
y el largo es la decepción.

3. Lecciones a partir del caos

Esta sección contiene algunas lecciones a partir de una teoría moderna y célebre que, como se explica a continuación, también provee simbolismos adicionales certeros y conexiones profundas e inesperadas.[12]

Para comprender el asunto del caos es conveniente empezar con la fórmula *no-lineal* prototípica $X_{k+1} = \quad X_k \quad (1 - X_k)$, la ecuación *logística*, la cual se muestra en la Figura 12. Dicha relación, con forma de parábola, describe la evolución (normalizada entre 0 y 1) de una población, digamos de "conejos", en función del tiempo, desde una generación *k* a la siguiente *k+1*. Tal y como se observa en la figura, cuando existen pocos conejos, la curva expresa una tendencia alcista de una generación a la siguiente, pero si llegan a haber muchos conejos, la tendencia es ahora a la baja, pues los recursos limitados impiden, de una manera lógica, que haya un crecimiento.

Note como esta última tendencia al ser llevada al extremo, cuando el número de conejos es igual a su máximo posible ($X_k = 1$), resulta en un detrimento muy grave, pues el modelo predice que la población se extingue, es decir se muere, en la próxima generación ($X_{k+1} = 0$).

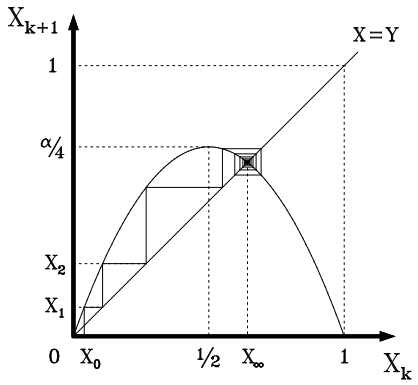


Figura 12. La parábola logística.

La Figura 12 muestra en particular la evolución de una población, cuando el valor del parámetro , que puede ser cualquier número entre 0 y 4, es igual a 2.8. Como se observa, a partir de un valor inicial X_0, y siguiendo las líneas verticales y horizontales hasta la misma hipotenusa $X = Y$, se llega eventualmente, luego de diversas reiteraciones, a un único *punto fijo* X_∞, que corresponde a la intersección no nula de la recta con la parábola.

Pero esto no es lo que ocurre siempre pues, como se resume a continuación, X_∞ depende exquisitamente del valor de . La Figura 13 muestra lo obtenido cuando aumenta progresivamente desde un valor de 0.7 a 3.46 (de izquierda a derecha y de arriba a abajo).

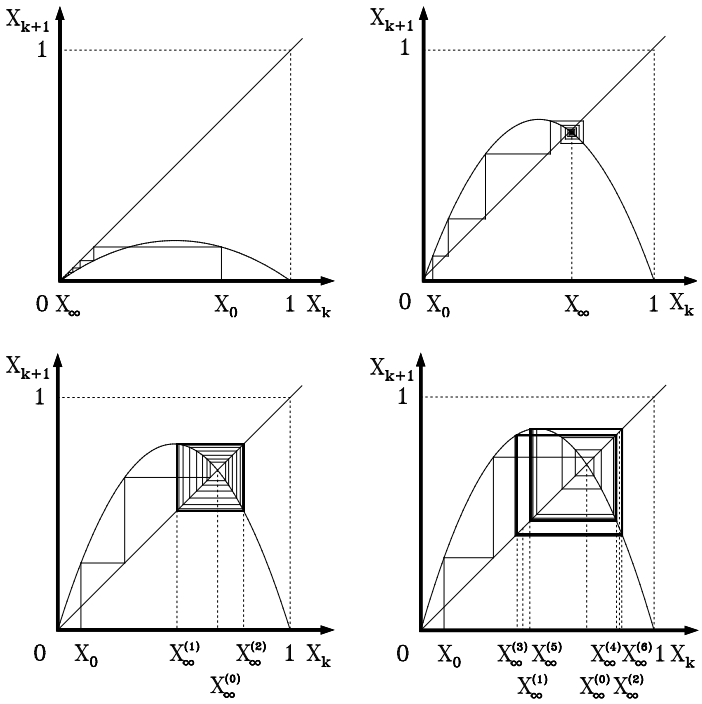


Figura 13. Del origen a las bifurcaciones. : 0.7, 2.8, 3.2, y 3.46.

Cuando la parábola está por debajo de la recta *uno-a-uno*, es decir cuando es menor que 1, como en la Figura 13 arriba a la izquierda, X_∞ es cero. Esto sucede pues la pendiente de la parábola en el origen es menor que la de la recta. Sin embargo, una vez la parábola pasa el *umbral*, ya no se llega al origen en ningún caso pues ahora el *origen*, en vez de atraer, repele. Por ejemplo, cuando está entre 1 y 3, como en el caso de arriba a la derecha que corresponde a = 2.8 como en la Figura 12, la dinámica converge a la intersección no-nula mostrada, es decir a la expresión $X_\infty = (\ - 1)/\ \approx 0.64$.

Cuando aumenta más allá de 3, a la intersección no-nula le ocurre lo mismo que le pasó a la intersección nula al llegar al umbral = 1. Ahora dicho valor también repele, y su pendiente mayor que uno en valor absoluto genera ahora comportamientos oscilatorios tal y como se ilustra en la Figura 13 abajo. En la medida en que aumenta el parámetro aparecen primero repeticiones estables cada dos generaciones (abajo a la izquierda) y luego cada cuatro generaciones (abajo a la derecha). Asombrosamente, al aumentar sucesivamente se genera una cadena de *bifurcaciones* que abarca todas las potencias de 2 (2, 4, 8, 16, etc.) y todas ellas ocurren para valores del parámetro ≤ $_\infty \approx$ 3.5699, en donde aparece un conjunto infinito multifractal, similar al encontrado en la turbulencia atmosférica, uno lleno de espinas y polvo, tal y como se mostrará en detalle más adelante.

Tal y como lo ilustra la Figura 14, cuando excede $_\infty$, se encuentran a veces oscilaciones periódicas, por ejemplo las mostradas cada

3 y 5 generaciones en la diagonal secundaria, y, más comúnmente, comportamientos no repetitivos y sujetos a variaciones extremas a las condiciones iniciales, como los dos mostrados en la diagonal principal. Estos últimos son los llamados *atrayentes extraños* que describen el vagar para siempre del también bien denominado comportamiento *caótico*.

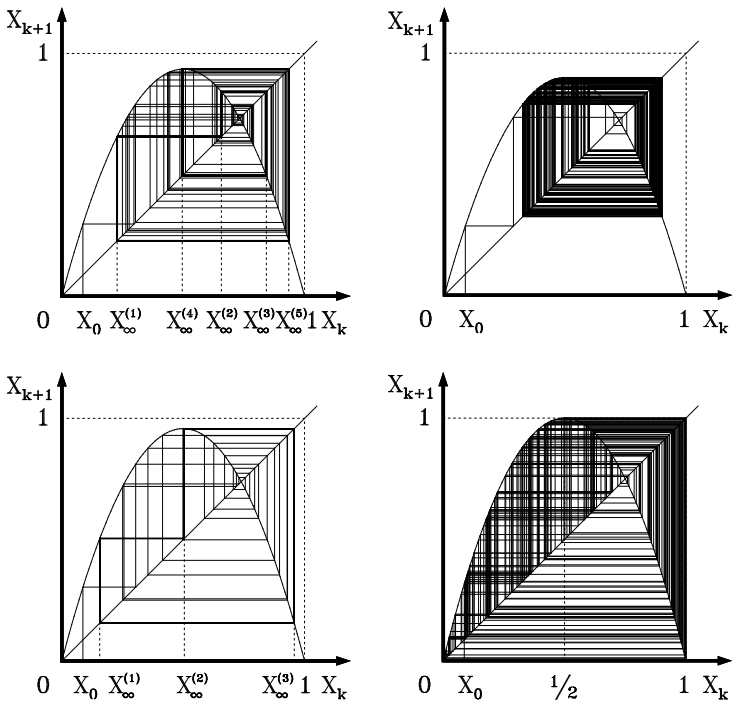


Figura 14. Oscilaciones y caos entrelazados. : 3.6, 3.74, 3.83, y 4 (de izquierda a derecha y de arriba a abajo).

Al final, el famoso diagrama de las *bifurcaciones* ilustrado en la Figura 15, y en forma de árbol si se rota 90 grados, resume el increíble comportamiento de la sencilla parábola logística. Como se observa, el variar tiene en efecto profundas implicaciones. Asombrosamente, el diagrama contiene comportamientos repetitivos periódicos que abarcan a todos los números naturales, potencias de 2 o no, y esto era algo imposible de prever años atrás sin los adelantos tecnológicos de la computación moderna. El árbol es en efecto un objeto fascinante tal y como se observa en la Figura 16 que muestra con más detalle la cola (o el follaje) del diagrama.

Figura 15. El diagrama de las bifurcaciones.

Figura 16. La cola del diagrama de las bifurcaciones.

Como se ve en la cola, a partir de $_{\infty}$ son muy comunes los atrayentes extraños dibujados con muchos puntitos en líneas rectas verticales, que, al ser aperiódicos, terminan siendo polvorientos, con dimensiones fractales menores que 1, como en los juegos de niños de la sección anterior. También resulta que, en todas las bandas periódicas, es decir en los "*brotes*" del árbol, como en el más notorio por su anchura blanca y correspondiente al período 3 (el del medio), se hallan copias reducidas del follaje del mismo árbol (sin la raíz), las cuales reflejan la exquisita fragmentación del objeto que luce "igual" o auto-similar a diversas escalas.[13]

El diagrama de las bifurcaciones resulta contener, a su vez, una multitud de espinas, que corresponden a diversos multifractales no triviales en el árbol caótico. Como lo ilustra la Figura 17, obtenida mediante un histograma de valores visitados, las primeras espinas ocurren en el valor de igual a $_{\infty}$, que tal y como se observa, por sus huecos y desequilibrios, puede entenderse combinando los dos juegos de niños en cascada antes mencionados. También hay espinas en todos los puntos (infinitos) que ocurren al final de los brotes correspondientes a los infinitos períodos encontrados en la cola del diagrama.

Figura 17. La medida multifractal obtenida cuando = $_{\infty}$.

El árbol de las bifurcaciones también se conoce como el árbol de Feigenbaum, "*la higuera*" en alemán, en honor a Mitchell Feigenbaum, quien demostró por vez primera algunas propiedades *universales* del objeto.[14] Como lo ilustra la Figura 18, las bifurcaciones ocurren de una forma ordenada tanto en las aperturas sucesivas de las mismas como en sus duraciones, como sigue. Las bifurcaciones cruzan la línea $\overline{X}$ (igual a 1/2 para la parábola logística) de una manera alternada y las aperturas d_n decrecen de modo que el cociente d_n/d_{n+1} de bifurcación en bifurcación tiende al número F_1 = -2.5029 ⋯, la primera constante de Feigenbaum. Similarmente, la duración de las bifurcaciones Δ_n decrece rápidamente y su cociente de una bifurcación a la siguiente Δ_n/Δ_{n+1} tiende al número F_2 = 4.6692 ⋯, la segunda constante de Feigenbaum. Estas aseveraciones muestran que existe un orden preciso en el camino que lleva hacia el caos, mas no implican que el caos mismo sea ordenado.

Figura 18. El orden en las bifurcaciones.

Los números de Feigenbaum son en efecto universales pues ellos son válidos para una infinidad de ecuaciones que dan lugar a otros árboles caóticos, tal y como se muestra en la Figura 19. La iteración de funciones con un sólo pico, como las mostradas, y correspondientes a las sencillas ecuaciones $f(X) = X(1 - X^3)$ y $f(X) = X(1 - X)^3$ siempre dan lugar, al aumentar el parámetro , a una raíz recta, una "rama tierna", ramas de

bifurcaciones, y, de una manera entrelazada, ramas periódicas y el follaje polvoriento del caos, que por ende corresponde a las "hojas de la higuera". Notablemente, en todos los casos, las aperturas y duraciones de las bifurcaciones ocurren precisamente a las velocidades dadas por las constantes F_1 y F_2.

Figura 19. Dos árboles caóticos y sus funciones uni-modales respectivas.

La teoría del caos resulta ser relevante en diversas áreas del saber como la ecología, la química, la física y la economía. Dentro de los resultados pertinentes es relevante resaltar el descubrimiento de Jens Maurer y Albert Libchaber en 1978 con respecto al helio líquido, pues el camino a la turbulencia en la dinámica de la convección de dicho fluido, es decir, su calentamiento progresivo y su eventual turbulencia, corresponde a las ideas aquí esbozadas, cuando denota precisamente el calor agregado al helio.[15]

Ya para finalizar esta lección, es pertinente estudiar con atención algunos detalles sutiles que suceden en la cima del caos. Cuando el calor es máximo, es decir cuando es igual a 4, pareciera que toda la dinámica vagara por un atrayente extraño que abarca todo el intervalo [0, 1], tal y como lo parece implicar la parábola máxima mostrada abajo a la derecha en la Figura 14 e ilustrada nuevamente en la Figura 20. En efecto, pareciera que toda iteración vagara por "todas partes", pero esto no es cierto.

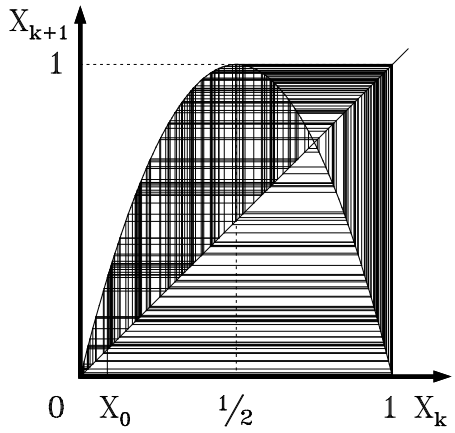


Figura 20. El caos cuando el calor es máximo.

Dependiendo del valor inicial X_0, también existen casos que dan lugar a oscilaciones para siempre y para cualquier período, tal y como se ilustra en la Figura 21 para un ejemplo con período 3. Este diagrama muestra el valor de X_k en función de la generación k e incluye no sólo los tres valores eventualmente repetidos, sino también las pre-imágenes sucesivas de todos los caminos, trece generaciones atrás, que terminan en el más alto de los tres puntos.

Figura 21. Oscilaciones cada tres generaciones cuando el calor es máximo.

Todo esto es relevante para comprender lo que es el caos y cómo evitarlo, pues también existen valores iniciales X_0 que terminan escapando las consecuencias funestas de la dinámica no-lineal, pues ellos regresan dinámica y vitalmente a la recta raíz del árbol. Estas son las *pre-imágenes del cero* ilustradas en la Figura 22 que hallan su rumbo a pesar del calor más implacable y que, al arribar al punto medio que define el *equilibrio*, pasan por el *uno* para finalmente extinguirse y descansar en el origen, habiendo pasado así por un purgatorio vital.

Note cómo estas observaciones no nos hablan ya acerca de cuestiones materiales, sino que más bien nos recuerdan nociones superiores, como por ejemplo un "trigo" fértil increíblemente rodeado por una "cizaña" desechada y la protección eficaz de algunos campeones de fe y paz, unos metidos en un horno y otro victorioso en un foso de leones.

Figura 22. Escape vital hacia el cero cuando el calor es máximo.

Las nociones aquí expuestas también sugieren reflexiones de sentido común. Sin lugar a dudas ellas recuerdan que es mucho mejor evitar el caos y su turbulencia infernal, porque perder la esencia en el calor más grande, aún si fuera por un valor pequeñísimo "épsilon", tiene, con toda probabilidad, consecuencias trágicas, tal y como lo expresa la Figura 23.

Figura 23. La amplificación implacable de un error cuando el calor es máximo.

Pues este famoso "*efecto mariposa*", que expresa la increíble sensibilidad de la dinámica caótica, no nos brinda buenas opciones, como acaso pareciera indicarnos su amplio divagar por el espacio, pues siempre nos deja irremediablemente atrapados en un atrayen-

te extraño, en el *polvo*, en un objeto vacío en el que no se halla el descanso y no se llega al ansiado hogar.

Así pues, el consejo imperativo y misericordioso que surge (aunque parezcan tres) y no precisamente en relación a nuestros "conejos" es:[16] (a) bájese del árbol caótico para hallar la raíz tal y como lo hizo un chiquitín famoso llamado Zaqueo y otro intachable discípulo llamado Natanael quien fue visto bajo la *higuera*; (b) abandónese al umbral, $X = Y$, a la puerta abierta, a **Jesús** el buen pastor, para llegar al estado manso de la paz en el mismo origen $X_{\infty} = 0$ del **Padre**, anteriormente explicado con relación a la hipotenusa; y (c) rehúya a las no-linealidades cuando es mayor que 1, de modo que, al no amplificar desproporcionadamente, pueda escapar de morder el polvo.

Estas ideas representan bellas conexiones sin duda inesperadas por sus alegorías ético-geométricas y por sus conceptos universales. Pero hay aún un poco más a partir del caos, acaso más allá de lo naturalmente prescrito, y es la pregunta insólita: ¿Será posible que el árbol científico de la higuera mostrado rotado en la Figura 24 tenga además un valor profético que ilumine de una forma particularmente caritativa la sabiduría antigua?

Figura 24. ¿Una higuera simbólica y profética?

Tal y como lo relata la Biblia, pocos días antes de su crucifixión, **Jesús**, $X = Y$, sorpresivamente maldijo una higuera alegórica y carente de fruto, la cual se secó subsecuentemente hasta la raíz. Al igual que la antigua, la higuera moderna y caótica resulta no

tener fruto visible, contiene hojas de polvo que bien recuerdan las simbólicas hojas de higuera que usaron nuestros primeros padres, Adán y Eva, para cubrir su desazón, y ella resulta estar consistentemente "maldecida" arriba de la raíz, pues dicho retoño torcido hacia la primera bifurcación en 2/3 = 0.666 ⋯ representa la equivocada escogencia de desobedecer cruzando el umbral.[16]

Como lo podemos ver, por nosotros mismos, esta higuera (y los demás árboles caóticos antes mostrados y muchos más) tienen una rama o ramas *tiernas* y contienen literalmente una gran multitud de brotes en sus bandas periódicas. Como el follaje de los árboles puede usarse para expresar la forma en que nos alejamos progresivamente de la *raíz* del bien y como arriba los árboles también contienen multitudes de espinas igualmente simbólicas, estas ideas nos recuerdan la famosa parábola o lección de la higuera como preámbulo de un "verano cercano", de una visitación particularmente bella y a la vez terrible. Pues en el diagrama moderno e imparcial se aprecia el por qué el hacha queda a la raíz del árbol, por qué dar buen fruto es esencial, y por qué podemos también maldecir una simbólica higuera maligna tal y como Él increpó al viento, sin duda el mal diabólico que nos rodea y acosa.

Aunque las nociones aquí expuestas y otras señales antiguas y presentes no permiten, por prescripción divina, fijar el día, ellas sí sirven para esbozar más posibilidades que realzan nuestras opciones y nos invitan a la *conversión*, a estar preparados viviendo amorosamente en paz. Dichas opciones son: lo simple o lo complejo; el orden o el desorden; la paz o el caos; el "disminuir" aumentando la humildad o el aumentar creyéndonos más; la obediencia o la rebeldía; el estar debajo del umbral $X = Y$ o encima de él; el recibir en consecuencia bendiciones o maldiciones; el descansar eternamente en el origen y su prometido *cielo* o el vagar dolorosamente en el *infierno* sofocados por un insoportable calor.

La siguiente canción expresa el mensaje de esta lección.[17]

En medio del caos

Mejor llegar al origen...
En la ciencia moderna
hay un árbol católico,
con raíz sempiterna
y un follaje caótico.

Este icono describe
la demencia del meollo,
y poderoso define
la salida del embrollo.

Oye amigo comprende
fiel aviso de la higuera:
si te crees muy valiente
vas a llorar tu ceguera.

Oye bien santo consejo
el prepararse es prudente:
es vital andar despierto
para burlar a la muerte,
es vital andar despierto
para burlar a la muerte.

4. Lecciones a partir de las leyes de potencia

La cuarta parte de este artículo se relaciona con más lecciones que aprender, esta vez a partir de las llamadas leyes de potencia y de los modelos que se han empleado para comprenderlas.[18]

En los últimos años se ha descubierto la presencia ubicua de dichas "leyes" empíricas en diversos procesos relacionados con la complejidad natural. En la Figura 25 se observa a la que es quizás la más famosa de todas: la distribución de los terremotos reflejada en la ley universal de Gutenberg-Richter.

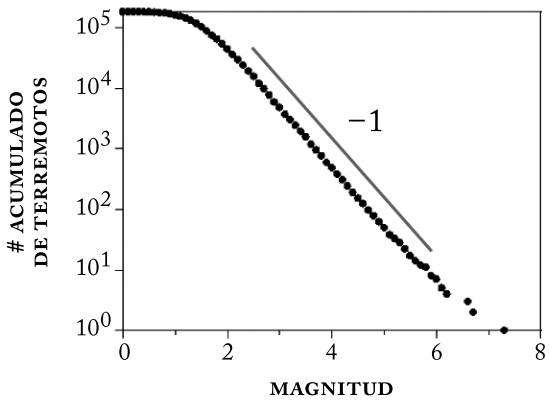


Figura 25. La ley de Gutenberg-Richter en California. P[X > x] a x, c = 1.

Como es bien sabido, los sismos de mayor magnitud son menos frecuentes y tienen una probabilidad de excedencia menor y aquellos de menor magnitud son más comunes y tienen una probabilidad mayor. Aunque esto es así, cuando se dibuja la información (magnitud vs. frecuencia) en escala doble-logarítmica (como en la figura arriba), aparece, de una forma notable, una única "línea" recta que indica, en particular, que no existen terremotos de tamaños "característicos". Tal línea define una simple relación de *potencia* en la cual la probabilidad de excedencia es proporcional a la magnitud de un sismo elevada a una potencia, y esto refleja un orden sencillo y acaso inesperado en la complejidad de los movimientos telúricos.

Sucede que existen representaciones similares que reflejan cuán frecuentes son otras manifestaciones de la *violencia* natural, como inundaciones, avalanchas, erupciones volcánicas, e incendios forestales.[19] Para todos los casos, los eventos grandes son menos frecuentes que los pequeños, y cuando se hace una gráfica de la frecuencia de los eventos en función de su magnitud en escala doble-logarítmica, aparece, como por arte de magia, una "línea" que lo resume todo. Por ejemplo, para los incendios forestales la frecuencia asociada con el área quemada en un evento dado es proporcional a dicha área elevada a una potencia negativa.

Aunque la definición de "magnitudes" y los

exponentes de tales leyes empíricas varían caso a caso y de región en región, la presencia universal de dichas relaciones sencillas sugiere que quizás podemos aprender de la forma en que suceden dichos procesos violentos de modo que evitemos nuestros impulsos agresivos y escojamos vivir en paz.

Además de constituirse en expresiones de la "perversidad" natural, las leyes de potencia también aparecen en situaciones relacionadas con acciones egoístas de los seres humanos. Para empezar y tal y como lo observó por primera vez Vilfredo Pareto a principios del siglo XX, dichas leyes reflejan las distribuciones sesgadas de la riqueza en el mundo, tanto dentro de cada nación como en el mundo en general. Tal y como lo resume la Figura 26, la distribución de ingresos en el mundo (para los percentiles 30 al 85) exhibe un doloroso ensanchamiento de las desigualdades de 1960 a 1997 expresado en dos líneas con pendientes negativas y en escalas doble-logarítmicas. Este ajuste es triste en verdad, pues, tal y como lo recordamos anteriormente, las dos terceras partes de nuestros hermanos y hermanas viven bajo la espinosa condición de la *pobreza*.

Figura 26. Distribuciones de riqueza en el mundo para los años mostrados.[20]

Tal y como se explicó anteriormente, el problema no sólo se relaciona con los países pobres, y, aunque acaso diversos indicadores parecieran afirmar lo contrario, las desigualdades ocurren por todos lados. Pues la distribución de riqueza de la superpotencia no es sólo altamente sesgada, sino que también se ajusta, como en las demás naciones, a una ley de potencia, la cual refleja, en su inherente cascada multiplicativa, una escalera del diablo. Quizás la moraleja a partir de estas reflexiones se expresa mejor en caribeño, diciendo que es mejor partir la palabra Pareto y decir "pare tó" como única salida para enmendar el mundo, pues si no regresamos al equilibrio esencial de la igualdad y su potencia cero, es fácil prever cómo las leyes sencillas de la complejidad auguran una proliferación indeseada de la desunión.

Pero las leyes de potencia no sólo reflejan el egoísmo intrínseco de lo material, sino que tal y como lo notó inmediatamente después de la segunda guerra mundial el científico y pacifista Lewis Fry Richardson, quien además visualizó la cascada turbulenta de la se-

gunda sección, la distribución global de los conflictos humanos, desde aquellos generados por pandillas hasta las grandes guerras mundiales (aunque la segunda, SGM, gracias a Dios no tanto), también se ajusta a una sola ley de potencia, tal y como se muestra en la Figura 27.[21]

Figura 27. Distribuciones de los conflictos el mundo.[22]

Notablemente, o quizás no, todos los datos que reflejan nuestra violencia maligna se alinean en una sola expresión que nos recuerda potentemente que para realmente poder evitar la siguiente gran conflagración debemos acabar sucesivamente con los conflictos pequeños, pues, al no existir una guerra de tamaño característico y al caer tales eventos en la misma "línea", todas las querellas mortales son al final la misma basura, tanto la más grande como una más pequeña. Cuando este razonamiento se lleva a su límite, comprendemos que la *santidad* individual y colectiva es la solución al problema de las guerras. Esta aseveración puede parecer exagerada y acaso injusta, pero en verdad debemos evitar nuestras leyes de potencia, independientemente del exponente que tengan, y por pequeño que él sea, para arribar a la armonía y a la paz.

Al igual que en las lecciones anteriores, de estas nociones surgen claramente otros elementos que le dan sustento a nuestro sentido común. Como la violencia genera leyes de potencia, es pertinente el repasar la forma en que ocurren en la naturaleza para aprender de dichos mecanismos y evitarlos.[23] Dichas leyes, siempre divisivas, se hallan por medio de: (a) las anteriormente mencionadas cascadas multiplicativas, (b) las conexiones preferenciales muy comunes en las redes humanas, (c) la llamada tolerancia altamente optimizada ("hot" en inglés) que define un sistema robusto y flexible como se emplea para representar incendios forestales y

epidemias, y (d) la célebre *criticidad auto-organizada* esbozada en el bosquejo mostrado en la Figura 28, es decir, definida por la implacable acumulación de energía que hace crecer una pila de arena en la playa hasta que su pendiente excesiva, y por ende crítica, crea avalanchas predecibles pero de tamaños impredecibles, tal y como lo introdujo Per Bak recientemente.[24]

Figura 28. Jugando en la playa con arena para crear avalanchas.

Todas estas ideas resultan ser supremamente sencillas y en ellas se observan las consecuencias de nuestras acciones. Pues los males que nos aquejan no necesariamente se deben a una "mano invisible" que nos maneja, aunque acaso sí si nos dejamos, sino más bien a nuestras propias acciones que debemos rectificar, evitando acumular energías negativas y viviendo a números de Reynolds bajos tal y como se expresó anteriormente. Pues tal y como lo podemos apreciar al examinar nuestras consciencias, los humanos sin "escala característica" naturalmente abusamos de nuestra potencia esencial y en el proceso, siempre egoísta, creamos también naturalmente leyes de potencia con pendientes negativas. Al final, y en concordancia con las lecciones anteriores, la moraleja es que es mucho mejor viajar hacia el cero, hacia la potencia verdadera de la humildad, la única potencia no impotente que garantiza la unidad real, la potencia del cero que, en virtud del amor no preferencial, es también infinita.

La siguiente canción le agrega, con elementos relacionados al cero, el uno y el infinito, algunos elementos relevantes y curiosos a esta lección.[25]

Conga hasta el infinito

$0! = 1,\ 0 + 0 = \infty,\ 1 + 1 = 1,$
$1/0 = \infty,\ x^0 = 1,\ 0^{\infty}$

Puente de paz pa' gozar...

Esta es la conga
de los numeritos,
ven goza tu conga
hasta el infinito. (2)

El uno admirado
hace un unito,
y cero más cero
es el infinito.

El uno más uno
unen un buen rito,
y el cero entre uno
da todo, todito.

El cero en potencia
logra el mismo hito,
y torsión de nada
llega al infinito.

Shanti Setú animando...

Esta es la conga
únete al trencito,
ven goza la conga
de tres numeritos. (2)

El cero animado
es uno bonito,
y cero con cero
da todo, todito.

El uno con uno
oh verso unidito,
y círculo abajo
dota el infinito.

El halito arriba
confirma al santito,
y cero trenzado
es todo, todito.

Pa' gozar...

Al cero es,
al uno ves,
y al infinito. (2)

5. Lecciones a partir de transformaciones fractales

Esta sección contiene algunas lecciones a partir de descubrimientos propios del autor con relación a transformaciones fractales que permiten modelar objetos complejos naturales sin emplear el concepto del azar y que además terminan invitando, en un caso particular positivo y unitivo, al amor real personificado en la Santísima Trinidad.[26]

Como se explica a continuación, la iteración de reglas sencillas definidas en dos o más dimensiones y dando lugar a funciones de una línea a una línea, o de una línea al plano o a un volumen, tal y como las introdujo Michael Barnsley,[27] representan la base del procedimiento determinista introducido por el autor, el cual produce patrones complejos como los que se observan en la naturaleza.[28]

La Figura 29 muestra un ejemplo de lo obtenido mediante dichas ideas cuando se iteran las dos reglas sencillas del plano al plano:

$w_1\ (x,y) = (x/2,\ x + d_1\ \ y)$,
$w_2\ (x,y) = (x/2 + 1/2,\ 1 - x + d_2\ \ y)$,

de acuerdo a una moneda cargada en proporción 70-30%, y cuando los parámetros d_1 y d_2 tienen valores $d_1 = -d_2 = z = 0.5$, correspondientes a una combinación *positi-*

va-negativa en los parámetros que definen combinaciones lineales en la segunda componente de las reglas.

Figura 29. Un procedimiento platónico para modelar la complejidad natural.

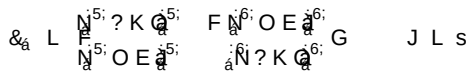
Tal y como se observa en la figura, los cálculos realizados secuencialmente punto por punto, empleando la regla w_1 el 70% del tiempo y w_2 el 30% restante, producen en efecto una única función, de *x* a *y*, (arriba y a la izquierda) que es, al final, como un "alambre" continuo, el cual luce como el perfil de una *montaña* que además interpola los tres puntos {(0,0),(1/2,1),(1,0)}. Resulta además que en el proceso de llevar a cabo los cálculos, se puede estudiar cómo se va llenando el alambre tanto en la dirección *x* como en la *y*, y esto da lugar a los histogramas mostrados en la figura, dx (debajo a la izquierda) y dy (arriba a la derecha y rotado en la dirección y), los cuales tienen propiedades interesantes, como sigue.

Como las reglas definidas anteriormente son tales que su coordenada x no depende de *y* y como w_1 opera en *x* a la izquierda de 1/2 y w_2 a la derecha de 1/2, los puntos hallados en *x* están regidos por la misma cascada multiplicativa anteriormente mostrada en la primera lección y dx es el mismo objeto multifractal espinoso y eventualmente disipado relacionado con la turbulencia. De otro lado, dy depende, de una forma no trivial, de las "arrugas" del alambre y está definido como el histograma derivado a partir de dx mediante la función dada por el alambre de *x* a *y*. Como se puede apreciar, el objeto dy mostrado es claramente intermitente, se parece geométricamente a diversas mediciones de procesos geofísicos y es además tan complejo que parece estar guiado por el azar. Sin embargo, dicho objeto resulta ser un objeto determinista, pues proviene

al final, aún si se emplea un método de simulación para calcularlo, de un par de objetos deterministas, es decir, el multifractal de "entrada" dx y el alambre de *x* a *y*.

Como la gráfica de *x* a *y*, dependiendo de los parámetros d_1 y d_2 puede ser un objeto *fractal* de longitud infinita que llena el plano de diversa manera y por ende tiene una dimensión fractal que puede ser cualquier número entre 1 y 2 (cuando $|d_1|$ 1,$|d_2|$ 1, la dimensión fractal tiende a 2), al procedimiento en la Figura 29, uno que produce a dy como "salida", se le denomina *fractal-multifractal*. Estas ideas esbozan un enfoque platónico de la complejidad natural, pues en el mismo espíritu de la famosa alegoría del cavernícola en La República, lo que observamos como un objeto dy bien puede ser sólo una "sombra" proveniente de "realidades" mayores, es decir el alambre de *x* a *y*, o el "sistema" implícito de *x* a *y*, y mediante una "iluminación" adecuada, en este caso el objeto genérico de la turbulencia en el aire dx. Las ideas son también platónicas en un sentido romántico, pues de ellas surge el dilucidar si la complejidad natural puede ser acaso sólo una sombra (proyección) producida por alambres e iluminaciones específicas y esto teniendo en cuenta, en el contexto de la construcción, que dichos conjuntos complejos bien pueden estar plenamente caracterizados por medio de pocos parámetros geométricos.

Sucede que las ideas se pueden generalizar de manera que la iteración de reglas, igualmente sencillas pero con más coordenadas, produzca un alambre definido ya sea de una línea a un plano, de *x* a (*y,z*), o de una línea a un volumen, de *x* a (*y,z,w*). Esto se logra conservando una estructura desacoplada en la coordenada *x* en las nuevas reglas y combinaciones lineales en las otras coordenadas, y por ende reemplazando los parámetros d_n por matrices, que en el caso bidimensional, se pueden expresar en coordenadas polares como



donde $r_n^{(j)}$ y $_n^{(j)}$ representan radios y ángulos y *N* es el número de reglas a iterar, lo cual puede ser, en general, más de dos.

Al final, estas nociones permiten calcular diversas sombras ya sea sobre el plano (*y,z*) o sobre el volumen (*y,z,w*) y a partir de alambres cuyas dimensiones fractales pueden estar ahora, respectivamente, entre 1 y 3 o entre 1 y 4. Como se ilustra en la Figura 30, estas ideas platónicas generan objetos complejos que evocan aquellos encontrados en la naturaleza, en este caso la estructura de un contaminante en el subsuelo, y ellos aparecen sin emplear el azar y caracterizados empleando pocos números.

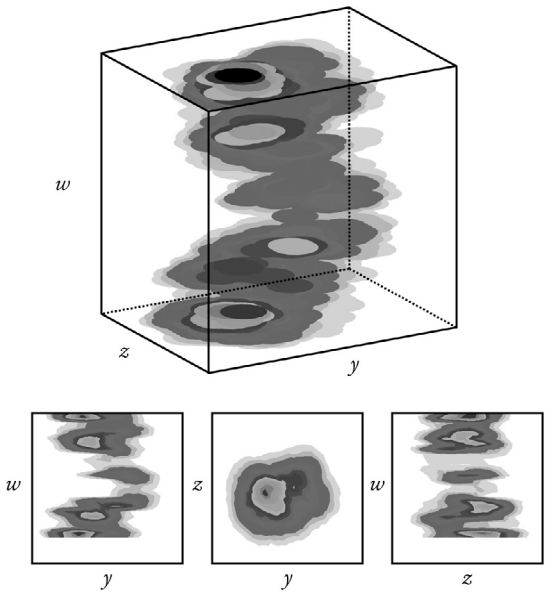


Figura 30. Sombras provenientes de un alambre de x a (y,z,w) uniformemente iluminado.

Ciertamente el variar los parámetros del alambre y su iluminación resulta en una gran variedad de objetos que se parecen a los encontrados en la naturaleza, a lo largo de una o más dimensiones. En la medida en que el alambre es bajo en dimensión, la salida tiende a ser compleja como la entrada dx. Sin embargo, cuando un alambre llena más y más espacio, sus crecientes arrugas integran más y más la iluminación inicial y así dan lugar a sombras cada vez menos intermitentes. Cuando dichas funciones llenan todo el espacio disponible, la integración es máxima y se generan, de una forma notable, sombras Gaussianas que lucen siempre como *campanas*.

Tal y como se ilustra en la Figura 31, para el caso de un alambre de *x* a *y* que extiende el caso positivo-negativo de la montaña en la Figura 29 con $d_1 = -d_2 = z = 0.999$, en el límite, cuando el alambre tiende a llenar el plano y su dimensión fractal tiende a 2, se halla una sombra no rugosa, cuya ecuación estandarizada es la curva *normal*: y esto a partir del mismo multifractal relacionado con la turbulencia.

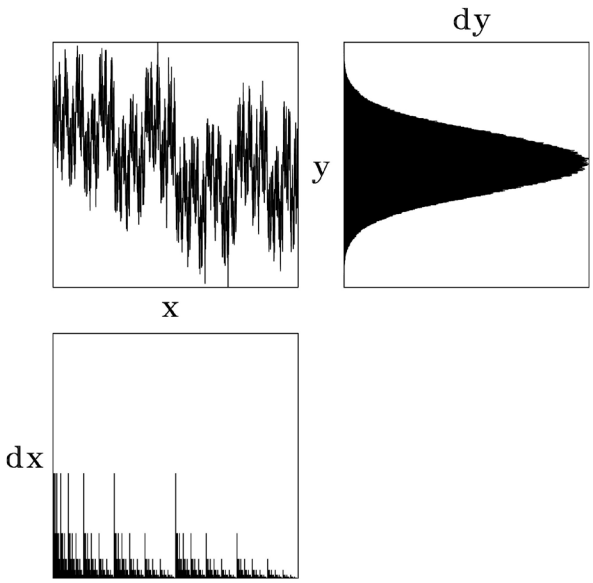


Figura 31. De un multifractal a la campana de Gauss mediante un alambre que llena el plano.

Este resultado resulta ser sorprendentemente universal, pues el mismo alambre máximo infinito (definido cuando *z* tiende a 1) produce *campanas* como sombras para cualquier iluminación no discreta en *x*. Esto quiere decir que se halla una curva normal, no siempre la misma claro está, para cualquier sesgo de la moneda usada en las iteraciones y también cuando se emplean como dx una infinidad de iluminaciones que no provienen directamente de cascadas multiplicativas, como por ejemplo la salida en la Figura 29 y también todos aquellos objetos espinosos y definidos sobre dominios con huecos tal y como aparecen, por ejemplo, en el árbol de Feigenbaum. Asombrosamente, dicho alambre límite provee un puente insospechado y determinista entre el desorden espinoso y polvoriento de cualquier entrada y el orden armónico e integrador de la campana, incluida cualquier representación que corresponde a una ley de potencia en *x*.[29]

Tal y como se muestra en la Figura 32, en los casos límite multidimensionales se obtienen típicamente resultados similares. A partir de un multifractal dx y mediante un alambre de *x* a (*y,z*) que llena el espacio tridimensional, se halla una campana bidimensional como sombra sobre (*y,z*), en este caso una circular vista desde arriba.

Figura 32. De un multifractal arbitrario a una campana de Gauss bidimensional.

Las condiciones que dan lugar a campanas bidimensionales, no siempre circulares como las que típicamente anuncian servicios en las iglesias, se relacionan con las matrices D_n, cuyas normas deben tender nuevamente al valor límite de 1, lo cual implica que todas las magnitudes de los radios $|r_n^{(j)}|$ deben tender a 1 y que los ángulos $Ä_n^{(j)}$ deben estar debidamente acoplados.[30]

Dado que la campana de Gauss se relaciona con la conducción del calor mediante el proceso de difusión y la ley de Fourier, los alambres infinitos de las Figuras 31 y 32 terminan invirtiendo el orden físico prescrito, pues ellos cambian vívidamente la *disipación* y la *muerte*, implícita en las cascadas multiplicativas turbulentas, por el *mantenimiento de la energía* y, por ende, terminan transmutando la *violencia* en la *calma*. Este es un resultado bello e inesperado que, como se verá un poco más adelante, provee, en un caso aún más sublime, pautas relevantes y lecciones certeras hacia el *amor* y la *paz*.

Como lo mostrado en la Figura 32, y muchas otras campanas que se obtienen variando los ángulos y los signos de los radios, es el resumen de iterar las reglas del caso muchas veces, por ejemplo 15 millones de veces, es relevante estudiar cómo se forman los círculos o elipses que conforman la campana en grupos sucesivos de, por ejemplo, 2,000 puntos. La Figura 33 muestra un ejemplo de lo hallado al iterar dos reglas cuando los ángulos $Ä_n^{(j)}$ son iguales a 90 grados, cuando la magnitud de los radios $r_n^{(j)}$ es igual a 0.999 y cuando se usa como entrada una iluminación uniforme, o sea empleando en las iteraciones una moneda justa. Como se observa, en el límite, y sólo en el límite, se encuentran descomposiciones exquisitas de la campana bidimensional.

Figura 33. Descomposiciones de la campana de Gauss bidimensional. De arriba abajo y de izquierda a derecha.

Las imágenes aquí mostradas son sólo un ejemplo de una infinidad de patrones, claramente hermosos, que al superponerse forman círculos perfectos y campanas certeras, cuyas simetrías dependen de los parámetros y cuyas geometrías específicas e inesperadas dependen de la secuencia precisa empleada en las iteraciones, es decir de la sucesión obtenida al lanzar la moneda. En el límite central mostrado, y valga la relación con el famoso teorema relacionado con el concepto de *independencia*, existe un orden oculto en el azar que expresa una belleza vital que aparece como viajando "de gloria en gloria", como una manifestación "enamorada" que filtra en campana, sin dudar, cualquier entrada por compleja que sea.[31]

Como lo ilustra la Figura 34, la estructura geométrica de los cristales de hielo se encuentra representada como un diseño dentro de la campana de Gauss. Estos ejemplos espléndidos fueron hallados rellenando plantillas de cristales conocidos paso a paso, empleando dos reglas con ángulos iguales a 60 grados y construyendo secuencias de iteraciones adecuadas a partir de grupos guiados por monedas justas. Estos objetos crecen por difusión, como en la naturaleza, y, como ellos sólo aparecen en el límite cuando el alambre llena el espacio tridimensional, se puede afirmar que ellos nacen sólo en la plenitud de la dimensión.